GRUNDLAGENSTUDIEN
AUS
KYBERNETIK
UND GEISTESWISSENSCHAFT

BAND 4 1963

MIT EINEM BEIHEFT

Reproduktion aus dem

Häufigkeitswörterbuch der deutschen Sprache

Herausgegeben von

F. W. KAEDING

(1897)

VERLAG SCHNELLE, QUICKBORN BEI HAMBURG

Neuerdings vollzieht sich eine immer stärker werdende Annäherung zwischen Natur- und Geisteswissenschaft als Auswirkung methodologischer Bestrebungen, für die sich das Wort Kybernetik eingebürgert hat. Die Einführung statistischer und speziell informationstheoretischer Begriffe in die Ästhetik, die invariantentheoretische Behandlung des Gestaltbegriffs und die Tendenzen, zwischen der Informationsverarbeitung in Maschine und Nervensystem Isomorphismen nachzuweisen, sind nur drei Symptome dafür.
Die Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft sollen der raschen Publikation neuer Resultate dienen, welche diese Entwicklung zu fördern geeignet sind. Veröffentlicht werden vor allem grundlegende Ergebnisse, sowohl mathematischer, psychologischer, physiologischer und in Einzelfällen physikalischer als auch philosophischer und geisteswissenschaftlicher Art. Nur in Ausnahmefällen werden dagegen Beiträge über komplexere Fragen der Nachrichtentechnik, über Schaltungen von sehr spezieller Bedeutung, über Kunst und literaturgeschichtliche Probleme etc. angenommen. In geringer Zahl werden Buchbesprechungen veröffentlicht. (GrKG 1, 1960, S. 1)

Erscheinungsweise: Viermal im Jahr mit je 32 bis 48 Seiten.
Beiheft: Im Jahr erscheint für Abonnenten ein Beiheft.
Preis: DM 4,80 je Heft und Beiheft. Für Angehörige von Lehranstalten 2,88 DM.
Im Abonnement Zustellung und Jahreseinbanddeckel kostenlos. Bezug: durch Buchhandel oder Verlag.
Manuskriptsendungen: an Schriftleitung gemäß unserer Richtlinien auf der dritten Umschlagseite.

Schriftleitung

Verantwortlich für Band 2 und 4, Jahrgang 1961, 1963
Dr. habil. Gerhard Eichhorn
Stuttgart-Möhringen, Steinbrunnenstraße 7

Verantwortlich für Band 1 und 3, Jahrgang 1960, 1962
Prof. Dr. Helmar
Berlin 33, Weinheimer Str. 2

Les sciences naturelles et les sciences humaines se rapprochent de plus en plus; ce rapprochement est une conséquence des tendances métodologiques appelées «cybernetique». L'introduction en esthétique de termes statistiques et surtout de termes de la théorie de l'information, le fait de considérer mathématiquement la notion de Gestalt comme une invariante, et les tendances à chercher des isomorphismes entre la transformation de l'information par les machines et par le système nerveux sont seulement trois exemples du dit rapprochement.
Les „Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft" ont pour but de publier rapidement des résultats nouveaux capables de contribuer à ce dévéloppement. Surtout des résultats fondamentaux (soit de caractère mathématique, psychologique, physiologique et quelquefois physique — soit de caractère philosophique ou appartenant aux sciences humaines) sont publiés. Par contre des travaux concernant soit des questions assez complexes de la théorie de communication et télécommunication, soit des reseaux éléctriques ayant des buts trop spéciaux, soit des problèmes de l'histoire de l'art et de la litérature etc. ne sont acceptés qu'exceptionnellement aussi que les comptes rendus de nouveaux livres. (GrKG, T. 1, 1960, p. 1.)

Il paraissent 4 numéros de 32 à 48 pages par an et un numéro spécial, pour les abonnés. Prix: DM 4.80 le numéro (et le numéro spezial); pour membres des universités et écoles DM 2.88. L'envoi et la couverture du tome complèt (à la fin de chaque année) est gratis pour les abonnés.
Les GrKG sont vendus en librairie ou envoyés par les Editeurs Schnelle
Les manuscrits doivent être envoyés au rédacteur en chef. Quant à la forme voir les remarques à la page 3 de cette couverture

Rédacteur en chef

pour tome 2/1961 et 4/1963
Dr. habil. Gerhard Eichhorn,
Stuttgart-Möhringen, Steinbrunnenstr. 7 (Allemagne)

pour tome 1/1960 et 3/1962
Prof. Dr. Helmar
Berlin 33, Weinheimer Str. 2

Natural and cultural sciences are in train to come together closer and closer as a consequence of methodological tendencies called cybernetics. The introduction of terms of statistics and specially of information theory into the terminology of esthetics, the interpretation of 'Gestalten' as mathematical invariants, and the search for isomorphisms by comparing information handling in computers and the brain are only three symptoms of the process mentioned above.
The Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft would like to cultivate this tendencies by rapid publication of new results related to cybernetics, especially results of basic interest, no matter whether belonging to the field of mathematics, psychology, physiology and sometimes even of physics, or rather to the fields of philosophy and cultural sciences. But papers which concern complex technical problems of transmission and processing of information, or electrical networks with very limited purpose, or the history of art and literature, are accepted only exceptionally. There will also be few recensions of books. (GrKG, 1, 1960, p. 1)

GrKG are published in 4 numbers each year, with 32–48 pages per number. A special number is edited each year for the subscribers.
Price: DM 4.80 per number (and spezical number). For members of universities and schools DM 2.88. Mailing and cover of the volume (to be delivered together with the last number each year) is free for subscribers. The GrKG may be received by booksellers or directly by the publisher.
Papers should be sent to the editors. For the form of manuscript see page 3 of this cover.

Editor

of volume 2/1961 and 4/1963
Dr. habil. Gerhard Eichhorn
Stuttgart-Möhringen, Steinbrunnenstraße 7 (Germany)

of volume 1/1960 and 3/1962
Prof. Dr. Helmar
Berlin 33, Weinheimer Str. 2

EINIGE GESICHTSPUNKTE ZUM BEGRIFF DER STRUKTUR

von Theo Lutz, Esslingen

1. Struktur und Kybernetik

Ohne Zweifel hat man es beim Begriff der Struktur mit einer Kategorie zu tun, die man fast in allen wissenschaftlichen Disziplinen unter den Grundbegriffen findet.

Vornehmlich die Kybernetik erhebt für sich den Anspruch, "strukturelle Zusammenhänge" an Organismen und organisierten Systemen zu untersuchen. Es verwundert deshalb umso mehr, daß der Begriff Struktur in kaum einem grundlegenden Werk der Kybernetik als selbständige Kategorie auftritt, und daß er nirgendwo innerhalb der Kybernetik selbst Objekt eines Wissenschaftszweiges ist.

Daß das Wort Struktur dazuhin in vielen Disziplinen eine äußerst fragwürdige Rolle spielt, bedarf keiner Ausführung.

2. Struktur

Im allgemeinen meint man, wenn man von der Struktur eines Gegenstandes oder eines Systems spricht, die Elemente, aus denen es aufgebaut ist und "die Art und Weise wie sie (die Elemente) miteinander zusammenhängen" (Russell, 1148). Charakterisiert wird eine Struktur durch die "Ordnungen der Elemente" (Wiener, 1953) - sehr oft durch bloße Anordnungen - und "nicht durch die innere Natur dieser Elemente" (Wiener, 1953). In der Terminologie der Semiotik ist Struktur also eine vorwiegend syntaktische Eigenschaft von Elementen, die ein System oder einen Gegenstand bilden. Wesentlich für das Zustandekommen von Struktur ist also:

2.1 Es gibt eine Menge (oder Klasse) von Elementen, den sogenannten Strukturelementen.

2.2 Es gibt ein System von Regeln, die sich auf die Strukturelemente beziehen und die wir Struktursyntax nennen.

Syntax und Elementenmenge zusammen bilden die sogenannte Strukturbasis, über der eine Struktur bestehen soll.

Der Begriff der Strukturbasis ist so zu verstehen, daß es die syntaktischen Regeln gestatten, von jeder "Elementenordnung" auszusagen, ob sie zur Struktur gehört oder nicht, und wir nennen jede solche Ordnung, die im Sinne der Syntax aus (über) der Elementenmenge bildbar ist, ein Strukturmuster oder ein Pattern.

Damit gilt:

1.3 Struktur ist die Gesamtheit der über einer Strukturbasis bildbaren Pattern.

Um zuzulassen, daß der Begriff Struktur in anderen Disziplinen anders aufgefaßt wird, wollen wir eine Struktur, für welche die Begriffe Strukturbasis, Syntax und Pattern anwendbar sind, in Anlehnung an die Ausführungen bei Russell (1948) eine Russellsche Struktur nennen.

Beispiele für Russellsche Strukturen sind Sprachen, bei denen die Nachrichten als Pattern fungieren, aber auch Tapeten- und Tuchmuster mit dem sogenannten Rapport als Pattern. Zu den Russellschen Strukturen zählen aber auch soziologische Gruppen und die algebraischen Verbände, wie etwa Ringe, Körper oder Gruppen.

Die Regeln einer Syntax in einer Russellschen Struktur brauchen keineswegs nur rein anordnend zu sein, wie das etwa bei den Sprachen der Fall ist. Zugelassen sind durchaus auch Regeln, die verknüpfend, identifizierend, rekursiv oder induktiv sind.

Da Struktur sehr oft eine Anschauungskategorie ist, die nicht unbedingt apriorisch mit den Gegenständen oder Systemen verbunden sein muß, ist die Abgrenzung der Syntax und Elemente sehr oft eine Frage wissenschaftlicher Pragmatik.

3. Strukturmetrik

Von ganz besonderem Interesse sind metrische oder numerische Aussagen über Strukturen oder ihre Pattern. Es liegt in der Definition der Russellschen Struktur, daß die Elemente in den Pattern grundsätzlich erkennbar sind. Man kann sie somit sehr oft sinnvoll zum Objekt einer Elementenstatistik machen, indem man aus den relativen Häufigkeiten bzw. Wahrscheinlichkeiten mit denen die Elemente in einer Struktur anzutreffen sind, weitere numerische Einsichten ableitet. Ein beredtes Beispiel für ein solches Vorgehen ist die Informationstheorie, und gerade die Einsichten der Informationstheorie lassen sich in vielen Fällen zu einer allgemeinen Strukturtheorie ausbauen.

3.1 Strukturgrad

Ist etwa

$$\mathcal{C} = (c_1 \ldots \ldots c_n)$$

die Elementenmenge einer Strukturbasis, so kann man gegebenenfalls zu diesen Elementen relative Häufigkeiten oder Wahrscheinlichkeiten

$$p_1 \ldots\ldots\ldots\ldots p_n$$

angeben. p_i sagt dann aus, mit welcher Häufigkeit oder Wahrscheinlichkeit das i-te Element in der Struktur angetroffen wird.

Will man daraus für ein Element einen Strukturgrad ableiten, so braucht man eine Massenfunktion mit den p_i als Argument, die den folgenden Forderungen gerecht wird.

3.3.1 Seltene Elemente sollen von größerem Strukturgrad sein als häufige.

3.3.2 Das Maß für den Strukturgrad soll durch eine positive, eindeutige und für ein zunehmendes Argument monoton zunehmende Funktion dargestellt werden.

Wie man aus der Informationstheorie weiß, realisiert man dies mit der Logarithmusfunktion, die man aus Gründen der Einheitlichkeit auf die Basis 2 bezieht.

Es ist also

$$s_i = - \operatorname{ld} p_i$$

der Strukturgrad des i-ten Elements.

3.2 Strukturiertheit von Pattern und Strukturmaß

Ebenso erwünscht sind Formeln, die Aufschluß über die Strukturiertheit eines Pattern in Bezug auf seine Gesamtstruktur geben. Das Maß für die Strukturiertheit eines Pattern soll Strukturmaß heißen. Dafür ist folgendes zu fordern:

3.2.1 Das Strukturmaß eines Pattern soll in dem Maße groß sein, in dem die beteiligten Elemente selten sind, sodaß seltene Pattern bzw.

Pattern mit seltenen Elementen ein größeres Strukturmaß haben als häufige bzw. solche mit häufigen Elementen.

3.2.2 Das Strukturmaß soll eine positive, eindeutige und für zunehmendes Argument jeweils monoton zunehmendes Funktion sein.

Sicherlich liefert hier die Shannonsche Formel ein brauchbares Maß, wenn man als Strukturmaß die Summe der mit den Häufigkeiten bzw. Wahrscheinlichkeiten der auftretenden Elemente gewichteten Strukturgrade verwendet.

3.3 Ordnung einer Struktur

Die Shannonsche Formel läßt sich auch dazu verwenden, den mittleren Strukturgrad der Elemente einer Struktur zu ermitteln, und zwar als

$$O = - \sum_{i=1}^{n} p_i \operatorname{ld} p_i$$

Diese Zahl läßt sich dazu heranziehen, die Struktur selbst zu charakterisieren, wenn man sie als eindimensionales Maß für die Ordnung einer Struktur auffaßt.

Die Ordnung ist vor allem deshalb interessant, weil sie den Anschluß an eine 1955 von Moles und Schützenberger mitgeteilte Formel für die Komplexität einer soziologischen Struktur erlaubt.

4. Struktur und Codierung

Da Struktur hier als eine syntaktische Eigenschaft aufgefaßt wird und die "innere Natur" der Elemente in Bezug auf die Struktur nicht interessiert, kann man sich von der äußeren Gestalt der Elemente freimachen. Es ist stes die Syntax, die die Patternbildung regelt, und dies gilt auch dann, wenn die Struktur auf Grund spezieller innerer Eigenschaften der Elemente zustandekommt. Diese Eigenschaften sind dann, sofern sie zu Ordnungen und Anordnungen führen, in der Syntax enthalten.

Die Konsequenz dieses Sachverhaltes ist es, daß man die Elemente für Strukturuntersuchungen stets auch durch eine Nummerierung ersetzen und somit zum Gegenstand einer Codierung machen kann. Vor allem im Hinblick auf Elementenstatistik und Strukturgrade kann man so gegebenenfalls zu einem Code kommen, wie man das von der Informationstheorie her kennt (z.B. Zemanek, 1959).

Für Russellsche Strukturen ist so zugleich die Basis gegeben, sie in Computern zu deponieren und zu simulieren, indem man die Syntax in einem Computerprogramm realisiert, das man auf einem geeigneten Code für die Elemente aufbaut. Computer sind damit imstande, wertvolle Beiträge bei der Untersuchung von Strukturen zu leisten, ein Sachverhalt, der sich etwa in den Sozialwissenschaften wachsenden Interesses erfreut (vgl. z.B. Guetzkow, 1962).

5. Strukturidentität

Während sich das in den letzten Abschnitten Gesagte im wesentlichen auf eine Strukturmetrik bezog, kann die Russellsche Struktur durchaus auch Objekt einer relational ausgelegten Untersuchung sein, wie man das etwa von den algebraischen Strukturen kennt. Schlüsselpunkt dazu ist der Begriff der Strukturidentität.

Zwei Strukturen heißen identisch in ihrer Struktur (von selber Struktur), wenn sich die zugehörigen Strukturbasen eindeutig aufeinander beziehen lassen. Angewandt auf zwei selbständige Strukturen bedeutet dies Isomorphie. Der Begriff der Isomorphie ist im Zusammenhang mit allgemeinen Strukturen deshalb bedeutsam, weil er es gestattet, Klassen isomorpher Strukturen zusammenzufassen und durch abstrakte Strukturen zu repräsentieren. Die Strukturen der Algebra sind als Repräsentanz-Strukturen für solche Untersuchungen sicherlich ganz besonders geeignet, wie überhaupt die Methoden der Algebra beispielhaft für relationale Untersuchungen sein können.

Die Bedeutung der Codierung im Zusammenhang mit Strukturidentität ergibt sich von selbst, wenn man bedenkt, daß sich identische Strukturen stets im selben Code darstellen lassen, da Eineindeutigkeit in der Zuordnung der Strukturenbasen besteht.

Entsprechendes gilt für Automorphien, also für eineindeutige Abbildungen innerhalb ein und derselben Struktur, die besonders geeignet sind, die relationalen Zusammenhänge innerhalb einer Struktur zu ermitteln.

(Literatur: Seite 6)

Schrifttumsverzeichnis

Guetzkow, H.: Simulation in social science, Prentice Hall 1962

Moles und Ancelin-Schützenberger: Sociométrie et Créativité. Revue de Psychologie appliquée, V, 3, 1955, S.155 - 18o.

Russell, B.: Human knowledge, Holler-Verlag 1948

Wiener, N.: Mensch und Menschmaschiene, Ullstein-Bücherei 1953

Zemanek, H.: Elementare Informationstheorie, Oldenburg-Verlag 1959

(Eingegangen am 2o.7.1963)

ANWENDUNG DER LERNMATRIX ALS KORRELATOR

Sherman Chow, Research Assistant, Cognitive Systems Research Program, Cornell University, Ithaca, N.Y., USA.

Die nachstehend veröffentlichten Untersuchungen wurden während eines Studienaufenthaltes am Institut für Nachrichtenverarbeitung und Nachrichtenübertragung der Technischen Hochschule Karlsruhe (Direktor : Prof. Dr.-Ing. K. Steinbuch) durchgeführt. Für die finanzielle Unterstützung dieser Arbeiten sei der Deutschen Forschungsgemeinschaft gedankt.

Einleitung

Die während eines Kommunikationsvorganges empfangenen Signale sind häufig durch Rauschen gestört. Es ist nicht möglich, das Signal in Gegenwart des Rauschens zu identifizieren, wenn die Amplitude des Rauschens verglichen mit der Signalamplitude groß ist. Es scheint indessen möglich zu sein, das Signal vom Rauschen durch Korrelation zu trennen . Dieses Verfahren ist jedoch nur unter folgenden Einschränkungen möglich:

1. Die Rauschquelle muß statistisch stationär sein.
2. Das Signal muß eine periodische Zeitfunktion sein.
3. Die Bandbreite des Signals muß begrenzt sein.

Die Einschränkung 3 ist bei praktischen Anwendungen im allgemeinen unkritisch, weil sowohl Sender als auch Empfänger in technischen Systemen in ihrer Bandbreite begrenzt sind.
Die theoretischen Grundlagen derartiger Korrelatoren sind ausführlich publiziert (Lee, 196o; Mishkin und Braun, 1961). Zwei getrennte Prozesse sind erforderlich, um das Signal vom Rauschen zu trennen:

1. Durch Autokorrelation wird die Periode des unbekannten Signals festgestellt.
2. Durch Kreuzkorrelation des unbekannten Signals mit einem bekannten Signal derselben Periode ergibt sich die Kurvenform des unbekannten Signals.

Vorteile bei der Verwendung einer Lernmatrix als Korrelator

Gegenüber den herkömmlichen Korrelatoren weist die Lernmatrix mehrere Vorteile auf. Üblicherweise sind für Korrelatoren Analog-Digital-Umsetzer erforderlich, äußerst kostspielige Geräte. Ebenso wird eine gro-

ße Speicherkapazität für das jetzt digital verschlüsselte Signal notwendig, das durch Analog-Digital-Umsetzung aus dem auf Band gespeicherten analogen Signal gewonnen wurde. Weiterhin kann die Korrelation mit einer Lernmatrix schneller durchgeführt werden, weil das Band nur zweimal abgelesen werden muß, nämlich einmal während der Lernphase und dann während der Kannphase. Herkömmliche Korrelatoren erfordern ein erneutes Lesen des Bandes für jeden Wert (T). Dies ist in jenen Anwendungsfällen wichtig, wo der Geschwindigkeit besondere Bedeutung zukommt, beispielsweise in adaptativen Regelsystemen, in denen die Übertragungsfunktion des Systems durch Korrelation festgestellt wird. (Mishkin und Braun, 1961, S.303-306).

Die Korrelation wird ausgeführt, indem zwei Sätze von Abtastwerten $a_{11}\ a_{12} \dots\ a_{1n}$ und $b_{11}\ b_{12} \dots b_{1n}$ der Signale als Komponenten n-dimensionaler Vektoren aufgefaßt werden. Der Korrelationskoeffizient wird

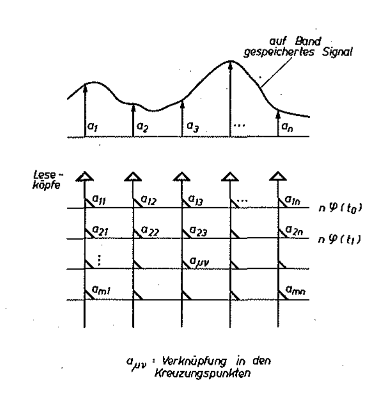
$$\varphi(\Delta t) = \frac{1}{n}\, \mathfrak{a} \cdot \mathfrak{b}$$

Die Abtastwerte a_i und b_i sind durch ein Zeitintervall Δt voneinander getrennt.
Zur Bestimmung der Autokorrelationsfunktion werden die Abtastwerte a_i und b_i demselben Signal entnommen. Der zeitliche Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Maxima der Autokorrelationsfunktion gibt die Periodendauer des unbekannten Signals an.
Für die Ausführung der Kreuzkorrelation werden die Abtastwerte a_i dem unbekannten Signal, die Abtastwerte b_i einem bekannten Signal gleicher Frequenz entnommen.

Die nichtbinäre Lernmatrix als Korrelator

Mit einer nichtbinären Lernmatrix (Steinbuch und Frank, 1961; Frank, 1961; Müller, 1962) kann die Korrelation leicht ausgeführt werden. Das unbekannte Signal wird auf eine endlose Bandschleife aufgenommen. Entsprechend der Anzahl der Spalten der Lernmatrix werden n Leseköpfe äquidistant entlang des Bandes angeordnet. Der Korrelationsvorgang läßt sich in zwei Phasen durchführen: während der Lernphase werden die Leseköpfe zu den Zeitpunkten t = 0, t = 1 ... t = m erregt, wobei m der Zeilenzahl entspricht (Abb. 1). Die zu den Zeitpunkten, in denen die Leseköpfe erregt sind, abgelesenen Spannungen werden sukzessive in den einzelnen Zeilen der Lernmatrix gespeichert. Nach Beendigung dieser Phase beginnt die Kannphase. Diese geht gleichfalls von einem in

Bild 1



$a_{\mu\nu}$: Verknüpfung in den Kreuzungspunkten

der Lernphase festgelegten Anfangspunkt des Bandes aus. Erregt man die Leseköpfe zu Zeitpunkten t = 0, t = 1 + $\Delta\tau$, t = 2 + 2$\Delta\tau$ ... t = m + m $\Delta\tau$, so stellt das Ausgangssignal der 1. Zeile zum Zeitpunkt t = 0 den Korrelationskoeffizienten $\varphi(0)$ dar, das der 2. Zeile zum Zeitpunkt t = 1 + $\Delta\tau$ den Korrelationskoeffizienten $(\Delta\tau)$. In dieser Weise läßt sich $\varphi(\Delta\tau)$ unmittelbar auftragen.

Anhand des folgenden Beispiels sei gezeigt, welche Ergebnisse sich mittels einer Lernmatrix vernünftiger Größe erreichen lassen. Eine Rechteckschwingung der Periode 4 Einheiten wird in Abb. 2a gezeigt. Das in Abb.2b dargestellte Rauschen wurde durch Werfen einer Münze erzeugt. Abb.2c schließlich zeigt die algebraische Summe der Rechteckschwingung und des Rauschens.
Die Autokorrelationsfunktion wird, ausgehend von 10 Abtastwerten, in Abb. 2e gezeigt. Es ist deutlich zu ersehen, daß die Periode der unbekannten Schwingung 4 Einheiten beträgt.
In Abb.2d ist eine mit der Periode 4 Einheiten erzeugte Schwingung dargestellt, die mit der durch Rauschen gestörten Schwingung (Abb. 2c) kreuzkorreliert wird. Die Kreuzkorrelationsfunktion (Abb.2f) läßt eindeutig erkennen, daß die Kurvenform des Ausgangssignals rechteckig ist.

Dieses Beispiel zeigt, daß eine Lernmatrix aus 10 Spalten und 8 Zeilen für einfache Anwendungsfälle ausreichend ist. Die zur Durchführung einer gegebenen Funktion erforderliche Lernmatrix hängt von den folgenden Faktoren ab:

1. Störverhältnis des Eingangssignals.
2. Gewünschtes Störverhältnis am Ausgang.

Eine Näherungsformel hierfür läßt sich aus den Gleichungen in Lee (1961, S.299 und S.302) ableiten.

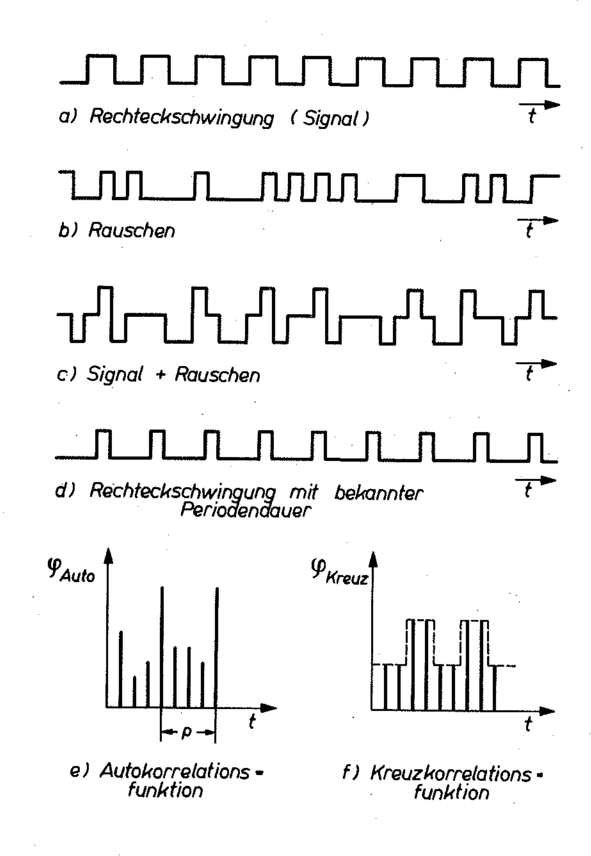


Bild 2: Zur Korrelation mit Lernmatrizen

Literaturverzeichnis

Frank, H.: Über einen abstrakten Perzeptionsbegriff, Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissen - schaft, Bd 2 No 3

Lee, Y.M.: Statistical Theory of Communication. John Wiley & Son, New York, 196o

Mishkin und Braun: Adaptive Control Systems, MacGraw-Hill, New York, 1961

Müller, P.: Klassen und Eigenschaften von Lernmatrizen. in: Progress in Brain Research. Proc. of the 2nd Int. Congress on Cybernetic Medicine. Im Druck.

Müller, P.: Nichtbinäre Lernmatrix. In: Kybernetik und Organisation. Schnelle Verlag, Quickborn. Im Druck.

Steinbuch, K. Frank, H.: Die nichtdigitale Lernmatrix als Perzepto- Kybernetik 1/3, 1961

(Eingegangen am 22.1.1963)

KLASSIFIKATION IN DER ONTOLOGIE

von Max Bense

1. Die Rezeption der Ontologie als philosophische Wissenschaft hat einerseits durch E.Husserl, H.Pichler, N.Hartmann, G.Jacoby, A.N.Whitehead, M.Heidegger und O.Becker, andererseits durch G.Frege, L.Wittgenstein, S.Lesniewski, H.Scholz, C.Lejewski, W.v.O.Quine und G. Günther neue Antriebe erfahren. Während aber die erste Gruppe noch traditionelle und spekulative Gedankengänge (neben rationalen) festhielt, brachte die zweite Gruppe logische Methoden und Kriterien zur Geltung und ging daher vorwiegend reduzierend vor. Mit den beiden, durch die angeführten Namen natürlich nur summarisch bezeichneten, Gruppen neuerer ontologischer Bemühungen kann die Unterscheidung zwischen nichtreduzierten und reduzierten Ontologien verbunden werden. O.Becker und G.Günther nehmen in gewisser Hinsicht eine vermittelnde Stellung ein, sofern beide sich zwar des Rüstzeuges der mathematischen Logik bedienen, aber durchaus an spekulativen Gedankengängen (O.Becker an Heideggers "Existenzialontologie", G.Günther an Hegels "Reflexionsthematik") orientiert bleiben. Es ist jedoch leicht nachzuweisen, daß die mächtigsten Impulse zur Erneuerung der Ontologie in unserem Jahrhundert vom Grundlagenstreit der Mathematik ausging, wie er in den Auseinandersetzungen zwischen Logizismus (Frege, Russell), Formalismus (Hilbert) und Intuitionismus (Brouwer) sichtbar wurde. Insbesondere die Veröffentlichung der "Grundzüge der Mathematischen Logik" (1962) von Heinrich Scholz (aus dem Nachlass durch G.Hasenjaeger) hat das gezeigt. In diesen Vorlesungen wird deutlich die Position einer platonischen Ontologie bezogen und gegen Nominalismus, Konstruktivismus und Intuitionismus ins Feld geführt. Wie die mathematische Grundlagenkrisis haben jedoch auch quantenphysikalische (Unbestimmtheitsrelationen, Welle-Partikel-Dualismus, Problem der "Vollständigkeit" einer Naturbeschreibung) und kybernetische Fragestellungen (das Problem der "Systeme" im Sinne von N.Wiener, H.v. Förster, E.Schrödinger, L.v.Bertalanffy, G.Günther u.a.) die jüngere Rezeption der Ontologie und zwar deutlich im Hinblick auf ihre Funktion als eine philosophische Grundlagenforschung beeinflusst. Alle jene genannten Einflussnahmen lassen erkennen, wie sichtbarlich ontologische Fragen am "Fuße" einzelner Wissenschaften auftauchen, sozusagen unvermeidlich sind und eine zusammenhängende theoretische Be-

handlung erforderlich machen. Das Eindringen logistischer und mathematischer Begriffsbildungen in die neuere Ontologie erfolgt demnach nicht zufällig, sondern zwangsläufig und ist der Überführung der spekulativen Ontologie der Tradition in eine wissenschaftliche Ontologie als notwendiger philosophischer Grundlagenforschung dienlich. Ich möchte nicht unerwähnt lassen, daß gerade die im logistischen und mathematischen Sinne abstrakte Begriffsbildung der wissenschaftlichen Ontologie diese geeignet sein läßt, Brücken zwischen naturwissenschaftlichen, geisteswissenschaftlichen und technologischen Arbeitsgebieten zu schlagen, wofür u.a. auch die moderne statistische bzw. informationelle Ästhetik ein Beispiel bietet.

2. Wir fassen hier Ontologie ganz allgemein als "Theorie der Seinsthematik", als Theorie dessen "was ist" auf. Die Allgemeinheit der damit implizierten Fragestellung darf nicht darüber hinwegtäuschen, daß einerseits grobe und andererseits subtile Klassifikationen möglich sind. Die theoretische Behandlung dessen "was ist" schränkt selbstverständlich die Seinsthematik zunächst auf "Seiendes" ein. Die Frage nach dem "Sein" des "Seienden" ist als abgeleitete Frage anzusehen. An ihr entwickelt sich aber eine zweite Seinsthematik, die die nach dem "Seienden", nach den "Etwasen" übersteigt, also "meta-orientiert" ist, wie wir hier sagen wollen, und der klassischen, aber auch der heideggerschen metaphysischen Ontologie entspricht. Wir haben damit Grund, zwischen einer nichtmetaphysischen Ontologie (Seinsthematik) des "Seienden" und einer metaphysischen Ontologie (Seinsthematik) des "Seins" dieses Seinenden zu unterscheiden.

3. Man bemerkt sofort, daß sowohl die nichtmetaphysische Seinsthematik (unterschiedener) "Etwase" wie auch die metaphysische Seinsthematik ihres "Inbegriffs" formal oder nichtformal ("inhaltlich") aufgefaßt werden kann. Bolzanos allgemeiner "Ding"-Begriff und Husserls daraus entwickelte "Leerform des Etwas überhaupt" gehören primär einer nichtmetaphysischen Formalen Ontologie als Grundbegriffe an wie die bekannte Einführung der "Menge" aller "Mengen" bereits zum Thema einer metaphysischen formalen Ontologie gehört und Martin Heideggers Bestimmung des "Seins" des "Seienden" als "je meines" die fundamentale Fragestellung einer zwar metaphysischen aber nichtformalen Ontologie ausmacht, eben der Existenzialontologie. Die Realontologie physikalischer Wirklichkeit, die aus der Physik exzerpiert werden kann ist primär stets eine nichtmetaphysische und nichtformale Ontologie, in die jedoch ebenso metaphysische wie formale ontologische

Betrachtungen hineinspielen können.

4. Von diesen Voraussetzungen aus läßt sich nun eine weitere Klassifikation durchführen. Ich meine die Unterscheidung zwischen extensionaler, intensionaler und prozessualer Ontologie (Seinsthematik). In der extensionalen Ontologie wird das "Seiende" ausschließlich in seiner Mannigfaltigkeit betrachtet, es handelt sich also um eine "Mannigfaltigkeitslehre" (Husserl) der "Etwase", die "Seiendes" sind. Die extensionale Seinsthematik erscheint in drei Versionen: 1. als reine Mächtigkeitsthematik, die "Umfänge", "Klassen", "Kategorien" einführt, für die die Frage "wieviel Elemente?" sinnvoll sein kann und zu deren Beantwortung im günstigen Falle ein numerischer Index für die Quantität der Mannigfaltigkeit angegeben werden kann; 2. als reine Anordnungsthematik, in der Ordnungs- bzw. Folge- oder Nachbarschaftsrelationen des "Seienden" formuliert und in einen theoretischen Zusammenhang gebracht werden; 3. als reine Symmetriethematik, die, um G.Günthers Formulierung zu benutzen, ein logisches System als die Formalisierung einer Ontologie auffaßt. Im Prinzip gehört jede kategoriale Analytik in der Ontologie schon zur Mächtigkeitsthematik, zumeist einer nichtformalen Ontologie. Die Anzahlüberlegungen Heinrich Scholz's zur Theorie der Sätze über Identität und Verschiedenheit, die für jede mögliche Welt, die nicht leer ist, gültig sein sollen, wie sie sich in "Metaphysik als strenge Wissenschaft" finden, sind ebenfalls zur Mächtigkeitsthematik zu rechnen und zwar im Rahmen einer metaphysisch orientierten formalen Ontologie. Ein Beispiel für Anordnungsthematik bietet jede "apriorische formale Gegenstandslehre", wie sie z.B. Husserl erörtert hat, aber auch die "Theorie der deduktiven Systeme", wie sie z.B.in Tarskis "Systemenkalkül" auftritt sowie auch jedes in die Seinsthematik eingeführte Typen- und Schichtprinzip, wie letzteres z.B. in N.Hartmanns kategorialer Ontologie der Fall ist. Der klassische Fall einer Symmetriethematik innerhalb der Seinsthematik ist das metaphysische Identitätstheorem von Denken und Sein, das G.Günther kritisch zum Ausgangspunkt seiner "nicht-aristotelischen Logik" macht oder die Subjektinvarianz der logischen Struktur einer Aussage. Indem G.Günther die klassische These von der metaphysischen Identität von Denken und Sein bestreitet, läßt er die klassische ontologische Symmetriethematik fallen und indem er dem Denken eine "höhere metaphysische Mächtigkeit als das Sein" einräumt, bringt er eine ontologische Asymmetrie im Rahmen einer metaphysischen formalen Ontologie zur Geltung.

Im Gegensatz zur extensionalen Ontologie kann man nun in der intensionalen Ontologie im allgemeinen keine numerischen Indices zur Geltung bringen. Quantitative Überlegungen weichen zunächst den qualitativen, die formalen fast gänzlich den nichtformalen. Statistische, klassentheoretische und topologische Begriffsbildungen werden **durch** phänomenologische, ideeierende und intentionale ersetzt. Nicht "wieviel Elemente?" bildet die Grundfrage, sondern "was für Elemente?" Die Thematik des "Seienden" beschränkt sich auf die Thematik der "Wesenheiten". Wesensthematik tritt an die Stelle der Mannigfaltigkeitsthematik. Ich sehe in K.Ch.F.Krauses "Das Eigentümliche der Wesenslehre" (1801-1831), ed.1890, die erste systematische Behandlung der intensionalen Ontologie, in Husserls "Ideen.." (1913) die vorläufig letzte. Heideggers Existenzialanalytik gehört natürlich im Rahmen unserer Klassifikation zur intensionalen Ontologie husserlscher Prägung. In dem Maße wie übrigens jede extensionale Ontologie sich auf die Analytik linguistischer Strukturen bzw. strukturaler Grammatik stützen kann, berücksichtigt die intensionale Ontologie metalinguistische Bedeutungszusammenhänge (B.L.Whorf), etymologische Wortverwandtschaften und hermeneutische Verfahren (Dilthey).

Was schließlich die prozessuale Ontologie anbetrifft, so ist ihr die Frage wichtig, wieviel konstruktive Schritte zu einem betrachteten Bereich des "Seienden" bzw. zum "Sein" dieses Seienden führen. An die Stelle der Mannigfaltigkeitsthematik tritt eine Art allgemeiner Konstruktivitätsthematik, d.h. "Seiendes" wird unter dem Aspekt des "Werdens" betrachtet, als "Veränderliches" angesehen. Theogonien und philosophische Kosmogonien aus allen Epochen enthalten diese ontologische Thematik, die zumeist metaphysisch und nichtformal orientiert ist. Hegels "Phänomenologie" und "Logik" bilden klassische Fälle einer ontologischen Konstruktivitätsthematik. Christian von Ehrenfels "Kosmogonie" aus dem Jahre 1916, in der "chaogene" und "henogene" Elemente des "Seienden" unterschieden werden, und A.N. Whiteheads "Process and Reality" aus dem Jahre 1929 mit den so wichtigen Begriffen der "Schöpfung", des "Neuen", der "ingression", des "extending over", der "realization" sind neuere ontologische Konstruktivitätsthematiken. Sie leiten über zu den bekannten Erörterungen E. Schrödingers und H.von Försters über die (von uns so bezeichnete) Anordnungsthematik extensionaler Ontologie der "Ordnung aus Ordnung", der "Ordnung aus Unordnung" und der "Ordnung aus 'noise'", die G.Günther zu einem zentralen Thema der "Cybernetic Ontologie" (1962) gemacht hat.

5. Von einer einheitlichen ontologischen Betrachtungsweise kann also nach vorstehender Klassifikation innerhalb der Ontologie nicht gesprochen werden. Was unter dem Thema "Seiendes" und "Sein" des Seienden gefaßt wird kann jeweils bemerkenswert verschiedenes sein. Um dem Rechnung zu tragen und um den Sinn des Begriffs "Seiendes" oder "Etwas" dementsprechend von vornherein weit genug zu fassen, führen wir jetzt den Begriff der Seinsfunktion ein. "Sein" 'ist' nicht, "Sein" 'funktioniert'. Durch die funktionale Betrachtung der "Etwase" des "Seienden" gewinnt die gesamte Seinsthematik eine größere Mächtigkeit, d.h. der (ontologische) Sinn von "Sein" wird nicht auf "Seiendes" im Sinne von seinsmäßiger, objektiver, gegenständlicher Gegebenheit eingeschränkt. Die extensionale Seinsthematik setzt vielmehr mit einer (ontologischen) Typentheorie der Seinsfunktionen ein:

o-stellige Seinsfunktion.......jedes beliebige Etwas, das als dieses Etwas gegeben ist

1-stellige Seinsfunktion.......jedes beliebige Etwas, das nicht als dieses Etwas, sondern für ein anderes gegeben ist.

2-stellige Seinsfunktion.......jede relationale Konstellation von zwei Etwasen

3-stellige Seinsfunktion.......jede relationale Konstellation von drei Etwasen

u.s.w.

Hiernach ist ein Gegenstand als solcher eine o-stellige Seinsfunktion, sofern er nur sich selbst setzt; ein Zeichen hingegen ist eine 1-stellige Seinsfunktion, sofern es ein Etwas setzt, das es bezeichnet d.h. sofern es für ein Etwas steht oder ein Etwas in es eingesetzt werden kann; ein intentionales Phänomen stellen eine 2-stellige Seinsfunktion dar, sofern sie ein Objekt (Objektpol) und ein Subjekt (Subjektpol) einführen; Kommunikation bzw. eine Kommunikationskette (Meyer-Eppler), die aus dem Expedienten, dem Transferenten und dem Perzipienten besteht, stellt in dieser Hinsicht eine 3-stellige Seinsfunktion dar. Desgleichen ist die von Peirce eingeführte Zeichenfunktion, in der der Gebrauch des Zeichens sich triadisch, im Hinblick auf es selbst, dann im Hinblick auf ein Objekt und schließlich für einen Interpretanten vollzieht, ebenfalls eine 3-stellige Seinsfunktion. Als eine Subjekt-Objekt-Beziehung gesehen ist das Bewußtsein eine 2-stellige Seinsfunktion, aber in seiner kommunikativen Rolle, d.h. als Bewußtsein von Etwas in Zeichen (Vorstellungen) für das Ich erfüllt es eine 3-stellige Seinsfunktion.

6. Gerade diese ontologische Typentheorie der Seinsfunktionen legt nun nahe, in Bezug auf die Gegebenheit des "Seienden" drei Seinsthematiken zu unterscheiden:
1. die ontische Seinsthematik der o-stelligen Seinsfunktion der "Gegenstände", der "Objekte", des "Seienden";
2. die semiotische Seinsthematik der 1-stelligen Seinsfunktion der "Zeichen", der "Zeichen für.." und der "Zeichen von..";
3. die logisch-semantische (oder apophantische) Seinsthematik der 2-stelligen Seinsfunktion der "Urteile", der "Aussagen" und dergl.

Wir werden von OST, ZSt und LST sprechen. Wir deuten damit die objekthafte, zeichenhafte und sprachlich-logische Gegebenheit bzw. Thematik des "Seienden" an. Eine Ontologie kann sich danach auf die Objektgegebenheit, auf die Zeichengegebenheit und auf die semantisch-logische Gegebenheit bzw. Thematik von "Seiendem" beziehen.

7. Ich schalte eine Bemerkung über Peirce ein, dessen Semiotik, die wir unserer semiotischen Seinsthematik zugrunde legen, ein ontologisches Fundament besitzt. Ohne ausführlich auf die Peirce-sche Ontologie einzugehen, verweise ich auf seine Gliederung in "Firstness", "Secondness" und "Thirdness", die für seine Metaphysik ebenso wichtig ist wie für seine Semiotik. Diese Trinität von Begriffen entspricht in gewisser Hinsicht unserer ontologischen Typentheorie der Seinsfunktionen bzw. unseren drei allgemeinen Seinsthematiken. Peirce hat seine fundamentalen Begriffe verschiedentlich gekennzeichnet. Ich führe folgende Definitionen an, die ihren Charakter als Seinsfunktionen und Seinsthematiken in unserem Sinne am deutlichsten zu erkennen geben: "Firstness ist der Seinsmodus dessen, das so ist, wie es ist, positiv und ohne Beziehung zu irgend einem anderen Ding sonst; Secondness ist der Seinsmodus dessen, das so ist, wie es ist, in Beziehung zu einem Zweiten, aber ohne Berücksichtigung eines Dritten; Thirdness ist der Seinsmodus dessen, das so ist, wie es ist, indem es ein Zweites und ein Drittes zueinander in Beziehung setzt". (Collect. Pap. 8.328).

8. Ich betrachte nun die bezeichneten Seinsthematiken etwas genauer. Die triadische Struktur ist für Peirce offenbar wesentlich ontologisch. Tatsächlich läßt sie sich in jeder ontologischen Thematik klassifikatorisch nachweisen. Was zunächst die Zeichenthematik (der semiotischen Ontologie) anbetrifft, in der nach Peirce die triadische Zeichenfunktion das Zeichen-Etwas, das Objekt-Etwas und das Inter-

pretanten-Etwas setzt, so beschränke ich mich wegen ihrer charakteristischen seinsthematischen Relevanz auf die objektbezogene Klassifikation des Zeichens, in der Peirce "Symbol", "Index" und "Ikon" unterscheidet. Ich entnehme der diesbezüglichen Untersuchung und Übersetzung von E. Walther zur Erklärung folgende Kennzeichnung:

"Ikon...Zeichen, das mit seinem Objekt gewisse Züge gemeinsam hat" (also mindestens ein Merkmal);
"Index..Zeichen, das reale Beziehungen zu seinem Objekt hat";
"Symbol.Zeichen, das sein Objekt unabhängig von Übereinstimmungen und realen Beziehungen interpretiert".

Es taucht nun das Problem der triadischen Fassung der weiteren Seinsthematiken, neben der semiotischen, also der semantischen (LST) und der ontischen (OST) Seinsthematik auf. Mit Carnap u.a. läßt sich innerhalb der L-Thematik (in der, einfach gesagt, die "Etwase" durch "Aussagen" gegeben werden) die Unterscheidung zwischen "analytischen", "synthetischen" und "nicht-kontradiktorischen" Sätzen treffen, und in der O-Thematik (in der die "Etwase" weder als Zeichen noch als Aussagen, sondern als unmittelbare, als das, was sie sind, auftreten) handelt es sich um "Gegenstände", "Sinnesdaten" und "Funktionen". In der folgenden Tabelle, die von links nach rechts von der o-stelligen Seinsfunktion der ontischen Thematik zur 1-stelligen Seinsfunktion der semiotischen Thematik und zur 2-stelligen Seinsfunktion der semantischen Thematik übergeht, sind jeweils die entsprechenden Gegebenheiten in gleicher Stellung untereinander aufgeführt.

O-ST	Z-ST	L-ST
Gegenstand	Symbol	analytische
Sinnesdaten	Index	synthetisch
Funktion	Ikon	nicht-kontradiktorisch

Die Zuordnung kann durch folgende Überlegungen gerechtfertigt werden:

Ein "Seiendes", das als "Gegenstand" gemeint ist, ist als "Etwas", das unabhängig von jedem anderen ist, gemeint. Zugleich aber ist es nicht individuell, sondern generell eingeführt. Was in dieser Weise ontisch "Gegenstand" ist, kann semiotisch nur durch ein "Symbol" bezeichnet werden, das gemäß Peirce konventionell seinen "Gegenstand" unabhängig von ihm und ohne reale Beziehung zu ihm repräsentiert, jedoch jeden Gegenstand dieser Art betrifft, also einen allgemeinen Namen darstellt. Der Allgemeinheit des Gegenstandes und der Allge-

meinheit des Symbols, durch die individuelle Wirklichkeit nicht getroffen wird, entspricht in der Aussagenthematik der analytische Satz, der nichts über die Welt aussagt, aber allgemeingültig ist.

Wesentlich leichter zu übersehen ist, daß das Sinnesdatum in die ontische Thematik gehört, sich also nicht etwa auf "Seiendes" bezieht, sondern, man denke z.B. an Feldstärken- und Frequenzwerte, selbst "Seiendes" ist; da nur das Index-Zeichen reale Beziehungen zu seinem Etwas hat, kann auch der ontische Messwert des Sinnesdatums semiotisch nur als Index aufgefaßt werden, derart, daß ein Beobachtungssatz ein Satz über Indices ist, die nicht allgemeine, sondern individuelle Sachverhalte kennzeichnen.

Was die Gegebenheit des "Seienden" als "Funktion", nicht als "Gegenstand" anbetrifft, so weist gerade der technologische Konstruktivismus, der stets "Funktionen", nicht "Gegenständlichkeit" benützt, auf die "Funktionsontologie" im Gegensatz zur "Substanzontologie" hin. (Ein Vierpol oder ein Schwingkreis z.B. sind nur funktional, nicht gegenständlich verständlich.) Was nun ontisch als "Funktion" gegeben ist, erscheint semiotisch als schematisches Bild und jedes schematische Bild deckt das, was der Sinn eines Ikons ist, also mindestens in einem Merkmal mit dem Etwas, das es bezeichnet, übereinstimmt. Modelle, Differentialgleichungen beschreiben physikalische Wirklichkeit ikonisch; sie wiederholen ihr Schema, nicht ihren Gegenstand. Von Frege und Wittgenstein aus läßt sich verstehen, daß in der aussagenlogischen Seinsthematik der ontischen "Funktion" und dem semiotischen "Ikon" der "nicht-kontradiktorische" Elementarsatz entspricht. Der Elementarsatz behauptet nach Wittgenstein das "Bestehen eines Sachverhaltes" und "ist die Wahrheitsfunktion seiner selbst"; wie jeder Satz gibt er "ein Bild der Welt", aber "kein (anderer) Elementarsatz" kann "mit ihm in Widerspruch stehen". Argumente dafür, daß der Satz nicht die ontische Gegenstandsthematik, sondern nur die ontische Funktionsthematik gibt, liefern die Thesen Wittgenstein, daß "die Möglichkeit des Satzes" dem "Prinzip der Vertretung von Gegenständen durch Zeichen" beruht oder daß "die Wirklichkeit.. mit dem Satz verglichen" wird oder daß "im Satz..die Form seines Sinnes..aber nicht dessen Inhalt" enthalten ist.

9. Doch können die angedeuteten Entsprechungen innerhalb der drei Seinsthematiken noch dadurch verstärkt werden, daß man sie unter dem Aspekt der klassischen Modalitäten Notwendigkeit, Wirklichkeit und Möglichkeit betrachtet. D.h. also wir führen dieses Tripel der Modalitäten

jetzt in alle drei Seinsthematiken entsprechend ein. Nicht nur das bekannte Auftreten der Modalitäten in der klassischen Ontologie und in der modernen Logik ist Anlass dazu, sondern vor allem die Verbindungen, die Peirce zwischen seinen Zeichenklassen und den Modalitäten gesehen hat. Es ist zunächst nicht schwer, einzusehen, daß der mittleren Reihe der entsprechenden Gegebenheiten in den drei Seinsthematiken "Messwert, Index, synthetischer Satz" nur der Modus der "Wirklichkeit" zugeordnet werden kann. Die Zuordnung des Modus der "Notwendigkeit" zu der Reihe der entsprechenden Gegebenheiten "Gegenstand, Symbol, analytischer Satz" läßt sich durch das Merkmal der Allgemeinheit rechtfertigen, das zu ihrer Charakteristik herangezogen worden war. Was nun den Modus der "Möglichkeit" anbetrifft, so bedeutet er in seiner Beziehung auf eine "Funktion" im ontischen Sinne, daß diese zwar kein singuläres Paar von "Etwasen" setzt, sondern einen nicht-leeren Bereich von solchen Paaren. Daß "Seiendes" als "Funktion" gegeben ist, heißt also, daß es unter dem Aspekt der Alternative erscheint. Das Ikon alsdann schließt den Modus der Möglicheit insofern ein, als der Sinn des Bezeichnens eines "Etwases", eines "Seienden" durch eine (mindestens in einem Merkmal übereinstimmende) Abbildung, also durch ein Ikon, in der Einräumung der Alternative besteht und das Ikon sein "Etwas" nicht als "Gegenstand", sondern als "Funktion" gibt. Daß eine Menge widerspruchsfreier Sätze eine "mögliche Welt" beschreibt, die erst durch die Einführung von Indizees bzw. von Protokollsätzen in die Menge widerspruchsfreier Sätze auf eine "wirkliche Welt" verweist, gehört heute zur Grundlage der Wissenschaftstheorie und damit zur Theorie der aussagentheoretischen Seinsthematik.

Unser Schema der Seinsthematiken gewinnt damit folgende Gestalt:

O-ST	Z-ST	L-ST	Modalität
Gegenstand	Symbol	analytisch	Notwendigkeit
Messwert	Index	synthetisch	Wirklichkeit
Funktion	Ikon	nicht-kontradiktorisch	Möglichkeit

In dieser Klassifikation der Seinsthematiken sind also Semiotik, Logik und Ontologie unter einem einheitlichen Gesichtspunkt, dem ihrer jeweiligen Seinsthematik, miteinander verknüpft worden. Allerdings erfaßt das vorstehende Klassifikationsschema die Seinsthematik in ihrer Gesamtheit bzw. die einzelnen speziellen Seinsthematiken nur in einem extensionalen Sinne. Sowohl die ontische wie auch die semiotische und die logische Seinsthematik führen "Seiendes" als Argumente

o-bis 2-stelliger Seinsfunktionen ein, die Mannigfaltigkeitsbetrachtungen (im Sinne allgemeiner topologischer-mengentheoretischer, klassentheoretischer und neuerdings, kategorietheoretischer-Begriffsbildung) zugängig sind; und die modalen Bestimmungen Notwendigkeit, Wirklichkeit und Möglichkeit sind über die statistische Interpretation, die ihnen vor allem O.Becker gegeben hat, eingeführt worden. Unser Schema stellt also eine ontologische Matrix extensionaler Seinsthematik dar. Erst durch eine derartige zusammenfassende Klassifikation werden ontologische Betrachtungen und Analysen vorgegebener Substrate wie mathematischer Systeme, physikalischer Theorien, sprachlicher Texte oder technischer Aggregate sinnvoll, und erhalten Mächtigkeits- und Symmetrietheoreme wie sie G.Günther zwischen Logik und Ontologie eingeschaltet hat eine echte inhaltliche Bedeutung.

1o. Es erhellt z.B. aus unserem Schema extensionaler Seinsthematik, daß dem geläufigen Terminus "Wirklichkeit" bzw. "Realität", der sowohl in der physikalischen Theorienbildung wie in der literarischen Textbildung eine Rolle spielt, ein dreifacher Sinn, eine dreifache Seinsthematik zukommt. Der Ausdruck "Realität" kann ontisch, semiotisch und apophantisch (logisch-semantisch) gemeint sein. Ontisch bezieht er sich natürlich auf "Signalketten" bzw. auf "P-Folgen", die mit den "Messwerten" erscheinen, wenn wir physikalisch denken. In der semiotischen Fixierung fungieren die "Signalketten" bzw. "Messwerte" der Sinnesdaten als numerische "Indizees" und innerhalb der apophantischen Dimension der Seinsthematik tritt die "physikalische Realität" mit der logisch-semantischen Struktur der "Protokollsätze" hervor, die über den numerischen "Indizees" formuliert werden. Unter "physikalischer Realität" kann also sowohl die ontische Seinsthematik der "Signalketten" wie die semiotische Seinsthematik der "numerischen Indizees" oder die logische Seinsthematik der "Protokollsätze" verstanden werden. Man muß also von einer ontischen, semiotischen und apophantischen (logisch-semantischen) "Realitätsgegebenheit" in einer physikalischen Theorie sprechen. Denken wir nun an literarische Texte, etwa an Romane oder Dramen, die einen Inhalt, eine dargestellte Welt, eine "Aussenwelt" (M.Bense), wie wir sagen, manifestieren, so kann auch ihre Realitätsthematik ontisch, semiotisch oder logisch-semantisch sein. Ontisch besteht natürlich die "Aussenwelt" des Textes realiter zunächst nur der Möglichkeit nach; es handelt sich um eine fiktive Welt, die nicht Wirklichkeit ist, sich aber wie eine Wirklichkeit verhält, und das heißt, daß sie ihre "Gegenstände" oder

"Gestalten", ihre Personen, Eigenschaften, Dinge und Ereignisse nur in der Form ihrer "Funktionen" einführt, was semiotisch einer ikonischen Sprache und semantisch bzw. logisch einer nicht-kontradiktorischen Redeweise entspricht. Echte Realität der "Aussenwelt" des Textes taucht in diesem semiotisch mit "Indizees" auf, die natürlich meist keine "numerischen", sondern "namentliche Indizees" sind. Aber selbstverständlich können auch "dokumentarische Indizees" auftreten, angeführte historische Berichte stattgefundener Ereignisse u. dergl. und die semiotische Realitätsthematik des Textes fixieren. Logisch-semantische Realitätsthematik des Textes erscheint alsdann an den Stellen, an denen die nicht-kontradiktorische Redeweise ausgesprochen in "synthetische Sätze" mündet, die "Urteile" sind, also die semantische Eigenschaft besitzen, wahr oder falsch zu sein, "behauptete" oder "verworfene" Aussagen darstellen. Elisabeth Walther hat in ihrer Untersuchung der Texte Francis Ponge's für diesen Autor den Begriff "semantischer Realismus" geprägt und von "apophantischer Prosa" gesprochen. Echte ontische Realitätsthematik eines Textes, der "Aussenwelt" hat, ist meist verknüpft mit dem Vorhandensein "ideologischer" bzw. "existenzsetzender Indizees", die eine aktuelle "Entscheidung" des Schriftstellers offenbar machen oder (etwa im Falle Brecht'scher "Verfremdung") eine "Entscheidung" des Publikums einleiten.

11. In der extensionalen Ontologie führt gerade die logisch-semantische Seinsthematik (LST) zum Begriff der <u>diskreten Ontologie</u>, wie er m.W. zuerst von G.Hasenjaeger benutzt wurde, um einen Zusammenhang zwischen Logik und Ontologie herzustellen. Eine diskrete Ontologie beschreibt nach Hasenjaeger eine "Welt", die "aus Dingen" besteht, "welche manche Eigenschaften haben und manche Eigenschaften nicht haben und zwischen welchen manche Beziehungen bestehen und manche Beziehungen nicht bestehen". Denkt man daran, daß wir, wie es H.Scholz in seiner Formulierung des logischen Inhärenzsatzes ausgedrückt hat, unsere Aussagen stets als Aussagen über Prädikate formulieren, die einem Subjekt zukommen oder nichtzukommen, erkennt man gleich, daß diskrete Ontologie in der logisch-semantischen Seinsthematik erscheint. Die Extension des "Seienden" wird in einer bestimmten Weise strukturiert, und die extensionale Ontologie wird in der diskreten Ontologie zu einer <u>strukturalen Ontologie</u>. Dementsprechend ist auch die apophantische Realitätsthematik einer "Theorie" oder eines "Textes" als eine diskrete bzw. als eine strukturale aufzufassen. Wittgensteins "Traktat", in dem "das Bestehen und Nichtbestehen von Sachverhalten..die Wirklichkeit" ausmacht und "der Satz..das Bestehen und Nichtbestehen der Sachverhalte" darstellt, ist eine ziemlich komplette Theorie der logisch-semantischen Seinsthematik strukturaler, diskreter Ontologie. Wie weit es <u>nichtdiskrete Ontologien</u> gibt und wie weit etwa intensionale Ontologie überhaupt, Husserls Phänomenologie und Heideggers Existenzialontologie (in der das "Sein" des "Seienden", das betrachtet wird, "je meines" ist) insbesondere solche nichtdiskreten Ontologien darstellen, soll jedoch hier nicht erörtert werden.

Ich möchte noch darauf hinweisen, daß in der aristotelischen ontologischen Formel "Sein des Seienden", extensional betrachtet, zwar das "Seiende" als Programm einer diskreten ontischen Thematik erscheint, das "Sein" mit guten Gründen aber nur als Programm einer nichtdiskreten semiotischen Thematik zu rechtfertigen ist, sodaß das was Heidegger zwischen "Sein" und "Seiendem" als ontologische Differenz bezeichnet, auf dem Unterschied zweier Seinsthematiken beruht. Hält man dabei in extensionaler Betrachtungsweise am transzendierenden, am "meta"-seienden Charakter von "Sein" im Verhältnis zum "Seienden" fest, erscheint es schließlich nur konsequent, die metaphysische Seinsthematik gänzlich auf eine semiotische, auf eine Zeichenthematik zu reduzieren. Für Heidegger, der seine Existenzialontologie radikal auf "Sein" (des "Seienden"), auf eine durchgängige "Jemeinigkeit" aller "Etwase", nicht aber auf "Seiendes" oder "Etwase" basiert, hat das zur Folge, daß seine metaphysische Ontologie zeichenthematisch nur als ein "Interpretantenfeld", (E.Walther), als "Disposi**tion eines Interpretanten", als "univere of discourse", also als linguistisches System aufgefaßt werden kann.**

12. Man muß beim Verständnis von Heideggers "Fundamentalontologie", dem Inbegriff der "Existenzialanalytik", in der "Existenz" das Fundament des "Seienden" ist, als bloße zeichen-sprachliche Seinsthematik also davon ausgehen, daß jedes System von Zeichen, und damit auch die Sprache, gemäß der triadischen Zeichenfunktion die Funktion des Zeichens "zeichenbezogen", "obejektbezogen" oder "interpretantenbezogen" einführen kann. Wenn wir sagen, es handele sich in der Seinsthematik Heideggers um ein "Universum der Mitteilungen" (nicht um ein "Universum des Seienden"), so heißt das, daß das verwendete System der Zeichen nur "interpretantenbezogen", nicht "objektbezogen" ist.

Heidegger stellt bekanntlich in "Sein und Zeit" die Ausdrücke "Vorhandenheit" (mit ihren "Kategorien") und "Dasein" Seinsthematiken

gegenüber. Im Rahmen der triadischen Zeichenfunktion der Heideggerschen Sprache involviert "Vorhandenheit" eine "objektbezogene" Seinsthematik und "Dasein" eine "interpretantenbezogene" Seinsthematik. Erstere wird abgewiesen, letztere wird durchgeführt. Man kann die "interpretantenbezogene" Seinsthematik deutlich aus folgender grundlegender und methodischer Bemerkung herauslesen: "Das Ansprechen von Dasein muß gemäß dem Charakter der Gemeinigkeit dieses Seienden stets das Personalpronomen mitsagen: "ich bin","du bist".." (p.42). Nun kann das "interpretantenbezogene" Zeichen nach Peirce "Rhema", "Dicent" oder "Argument" sein (entsprechend wie es objektbezogen "Ikon", "Index" oder "Symbol" ist); "Rhema" ist es, sofern es weder wahr noch falsch und "unabgeschlossen" ist, "Dicent", sofern es der Behauptung fähig, also ein Satz ist und "Argument", sofern es zwar nicht als Zeichen des Repräsentanten fungiert, sondern so, als ob es ein Zeichen dieses Repräsentanten sei. Man erkennt nach dieser Einteilung, daß die Personalpronomen "ich bin", "du bist", die von der Jemeinigkeit des Seienden in der Existenzialanalytik verlangt werden, als "Rhema" fungieren, genauer freilich als "rhematisch indexikalisches Legisign" (der "Jemeinigkeit"), wie Peirce sich ausdrückt, wenn es sich um ein Zeichen handelt, das "interpretantenbezogen" als "allgemeiner Typ oder Gesetz" auftritt, aber so,"daß jedes seiner Momente wirklich die Aufmerksamkeit" auf den "Interpretanten" bzw. das "Interpretantenfeld", hier als die "Existenz" lenkt.

Nun entspricht aber, nach Peirce, der Stellungswert des "interpretantenbezogenen" Rhema in der triadischen Klassifikation der Zeichen dem des "objektbezogenen" Ikon. Das bedeutet, daß der Modus der "Möglichkeit", der zum Ikon gehört, auch zum Rhema gehört, und "Möglichkeit" meint in seiner umgangssprachlichen Formulierung (nach N.Hartmann und O.Becker) so viel wie "sein können". Tatsächlich bestimmt nun Heidegger folgerichtig "Dasein" bzw. "Existenz" in "Sein und Zeit" als "Seinkönnen" (p.231). Der Satz "Dasein ist die Möglichkeit des Freiseins für das eigenste Seinkönnen" (p.144) ist "interpretantenbezogen" ein "Argument", also, nach Peirce, "ein Zeichen, dessen Interpretant sein Objekt so repräsentiert, als ob es ein Sein mit Hilfes eines Gesetzes sei..", und es kennzeichnet die modale Lage der "Existenz" durch den für die Existenzialanalytik typischen Vorrang der "Möglichkeit" vor der "Wirklichkeit". "Als modale Kategorie der Vorhandenheit bedeutet Möglichkeit das noch nicht Wirkliche und das nicht jemals Notwendige. Sie charakterisiert das nur Mögliche. Sie ist ontologisch niedriger als Wirklichkeit und Notwendigkeit. Die

Möglichkeit als Existenzial dagegen ist die ursprünglichste und letzte positive ontologische Bestimmung des Daseins" (p.143). Die gesamte Fundamentalontologie Heideggers entwirft also keine Seinsthematik im ontischen Sinne, sie entwirft eine Seinsthematik im semiotischen Sinne oder, was dasselbe ist, es handelt sich bei ihr um eine Zeichenthematik, die "interpretantenbezogen" eine ontologische Funktion besitzt. Das sprachliche "Universum der Mitteilung", das durch "Sein und Zeit" repräsentiert wird, gewinnt diesen sprachlichen Sinn nicht "objektbezogen", sondern "interpretantenbezogen" im Sinne eines metalinguistischen Systems (B.L.Whorf).

Schriftumsverzeichnis

Becker, O.:	Mathematische Existenz, 1928; Untersuchungen über den Modalkalkül, 1952.
Bense, M.:	Theorie der Texte, 1963.
v. Bertalanffy, L.:	Das biologische Weltbild I, 1949.
Bolzano, B.:	Beiträge zu einer begründeten Darstellung der Mathematik, 1810; Wissenschaftslehre I und II, 1837.
Carnap, R.:	Logische Syntax der Sprache, 1934.
Dilthey, W.:	Ideen über eine beschreibende und zergliedernde Psychologie, 1894.
v. Förster, H.:	On Self-Organizing Systems and their Environments, in: Self-Organizing Systems, London, 1960.
Frege, G.:	Die Grundlagen der Arithmetik, 1884; Grundgesetze der Arithmetik I und II, 1893-1903.
Günther, G.:	Das Bewußtsein der Maschinen, 1957; Cybernetic, Ontology and Transjunctional Operations, in: Self-Organizing Systems, London, 1962; Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik, I, 1959.
Hartmann, N.:	Zur Grundlegung der Ontologie, 1935; Möglichkeit und Wirklichkeit, 2. Aufl., 1949.
Hasenjaeger, G.:	Grundbegriffe und Probleme der modernen Logik 1962.

Heidegger, M.: Sein und Zeit, 1927;

Husserl, E.: Logische Untersuchungen, 1900; Formale und transzendentale Logik, 1929.

Jacoby, G.: Allgemeine Ontologie der Wirklichkeit, 1925 - 1932.

Lejewski, C.: Zu Lesniewski's Ontologie, in: Ratio II, 1958.

Lesniewski, S.: Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik, in: Fundamenta Mathematica, Bd. XIV, 1929.

Meyer-Eppler, W. Grundlagen und Anwendungen der Kommunikationstheorie, 1960.

Peirce, Ch.S.: Collected Papers, Bd. I-VIII, 1931 - 35, 1958.

Pichler, H.: Über Christian Wolffs Ontologie, 1910

Quine, W.v.O.: Word and Object, 1960.

Scholz, H.: Metaphysik als strenge Wissenschaft, 1941.

Schrödinger, E.: Was ist Leben? 1944/51; Mind and Matter, 1958.

Tarski, A.: Logic, Semantics, Metamathematics, 1956.

Walther, E.: Die Begründung der Zeichentheorie bei Charles Sanders Peirce, GRK 3 Heft 2, 1962
Francis Ponge, Analytische Monographie, 1962.

Whitehead, A.N.: Process and Reality, 1929.

Whorf, B.L.: Language, Thought and Reality, 1956.

Wiener, N.: Cybernetics, 1948.

Wittgenstein, L.: Logisch-philosophischer Traktat, 1921.

(Eingegangen am 24.8.1963)

EINE PROBABILISTISCHE DEUTUNG DES ZEITAUFLÖSUNGSVERMÖGENS

von Helmar Frank (Waiblingen), Karlsruhe

§ 1. Fragestellung

"Da nun unser geistiges Leben in dem Bewußtsein der Veränderungen in unserm Vorstellungsvermögen besteht, so haben wir in jeder Secunde durchschnittlich etwa 6 Lebens-Momente, höchstens 10", schreibt K.E. von Baer (1864, S.256). Seit seiner originellen Untersuchung ist die Begrenztheit unseres Zeitauflösungsvermögens Bestandteil des psychologischen Wissens. Eine zweite, damit noch keinesfalls entschiedene Frage lautet: Ist die subjektive Zeit in (annähernd) gleichlange Intervalle (" subjektive Zeitquanten" = SZQ) gerastert, welche unabhängig von Sinneswahrnehmungen aufeinanderfolgen, und innerhalb welcher alle Ereignisse als gleichzeitig erscheinen (die SZQ wären also den Belichtungszeiten sukzessiver Filmbilder vergleichbar!) - oder liegen dem Zeitsinn keine reizunabhängigen diskreten Vorgänge zugrunde?

Diese Frage konnte bisher nicht entschieden werden. Es scheint, daß die Psychologen eher zu einer Zeitrasterung neigen, während bei den Physiologen eine starke Tendenz gegen solche diskontinuierliche Modellvorstellungen zu beobachten ist. Zwingende Argumente konnten bisher weder für die diskrete noch für die kontinuierliche subjektive Zeit beigebracht werden. Da es nicht sehr wahrscheinlich ist, daß sich diese Situation in absehbarer Zeit ändert, sollte eine indirekte Schlußweise versucht werden: Es sollten die zueinander disjunkten Modellvorstellungen präzisiert und aus ihnen falsifizierbare Folgerungen abgeleitet werden. Gelingt es dann, eine Folgerung aus einer der konkurrierenden Modellvorstellungen zu einem Widerspruch zu Experimentalergebnissen zu führen, dann scheidet dieses Modell aus. (Man wird freilich berücksichtigen müssen, daß verschiedene Spielarten der These von der Zeitrasterung und auch ihrer Gegenthese denkmöglich sind, so daß man mehr als zwei Alternativen hat, folglich mehr als eine ad absurdum führen muß!). Je mehr Folgerungen aus einer Modellvorstellung verifiziert wurden, desto besser ist andererseits dieses Modell.

Zweck der gegenwärtigen Untersuchung ist, aus dem Zeitrastermodell eine Konsequenz zu ziehen und mit bekannten experimentellen Befunden zu vergleichen, die hierzu bisher noch nicht ausgewertet waren. Dagegen ist

nicht beabsichtigt (da dies wertlos wäre!), den bekannten "Bekenntnissen" zu einem der konkurrierenden Modelle ein weiteres zuzufügen. Man sollte vorläufig zwischen der Behauptung der Widerspruchsfreiheit eines Modells und dem Glauben an seine Wahrheit auch im Falle des Zeitsinns sorgfältig unterscheiden.

§ 2. Bisherige Bestimmungen des (hypothetischen!) SZQ

Während K.E. von Baer zu unserer Frage keine klare Stellungnahme abgegeben hatte, glaubte W. Wundt (1874, S.754) "deutlich die an sich diskrete Natur unserer Zeitanschauung zu erkennen." Aus der übereinstimmenden Verschmelzungsfrequenz sukzessiver akustischer Reize zu einem Ton, sukzessiver optischer Reize zu einem bewegten Filmbild und sukzessiver taktiler Reize zu einer Vibrationsempfindung schlossen Wundt und im Anschluß an ihn J. von Uexküll (1928, S.52 f.) und dessen Schüler G. Brecher (1932) auf eine Größenordnung von 1/16 bis 1/18 sec für die Länge des "Moments", also unseres subjektiven Zeitquants.

Unabhängig von der psychologischen Tradition taucht die Vorstellung von einem subjektiven Zeitraster neuerdings in der kybernetischen Literatur auf, ausgelöst wohl von Wieners Bemerkung (1948, S.165):
"...offenbar gibt es einen Synchronismus in verschiedenen, weitverzweigten Teilen des Gehirns, der vermuten läßt, daß er auf einem zentralen Zeitgeber beruht. Tatsächlich hat er etwa die Frequenz, die dem elektroencephalographisch sichtbaren Alpha-Rhythmus des Gehirns entspricht."
Zweifelt man aber den Zusammenhang des Zeitauflösungsvermögens mit den electroencephalographischen Rhythmen nicht überhaupt an, dann sollte man statt an die Alpha-Rhythmen, als welche gemeinhin der Frequenzbereich von 8 bis 12 Hz angesprochen wird, eher an die Beta-Wellen (14-18 Hz) denken. Denn diesen weichen die Alpha-Wellen bei Einwirkung stärkerer Sinnesreize, ja sogar schon bei der Vergegenwärtigung von Gedächtnisinhalten (vgl.z.B.Huant, 1963). Aufgrund eingehender Untersuchungen der wechselseitigen Ablösung von Alpha- und Beta-Wellen stellte Rohracher eine Hypothese auf, dernach nur diese letzteren die elektrischen Auswirkungen jener Prozesse sind, "die man als die letzte faßbare organische Grundlage des bewußten Erlebens betrachten muß" (1960, S.39).

In der informationspsychologischen Literatur ist die Vermutung verbreitet, die maximale Informationsaufnahmegeschwindigkeit des "Bewußtseins" (Kurzspeichers) betrage 1 bit pro subjektivem Zeitquant (SZQ), so daß dessen Länge und Altersabhängigkeit erneut diskutiert werden (vgl.z.B. von Cube, 1960; Frank, 1962).

Schließlich wurde noch darauf hingewiesen, daß die Nervenimpulsleitung vom Gehirn zu einer Extremität und die Rückmeldung der erfolgten Muskelkontraktion zusammen bis zu ungefähr 1/15 sec beanspruchen, also wiederum auf etwa dieselbe Zeitspanne verweisen (vgl. z.B. Steinbuch, 1961, S.188).

Eine naheliegende Anordnung zur Bestimmung der Länge des SZQ zeigt Bild 1 (nach Auerbach, 1963). Bestimmt werden soll der größte Abstand, in welchem ein Schlag noch subjektiv g l e i c h z e i t i g gehört u n d gesehen wird. Dieser Abstand, durch die Schallgeschwindigkeit dividiert, würde dann die Länge SZQ liefern. - Abgesehen davon, daß dabei vorausgesetzt wird, daß die Zeit zwischen der Reizung des Sinnesorgans und dem Eintritt ins Bewußtsein (bzw. in jene Ebene, ab welcher die Zeitrasterung vorausgesetzt wird) bei Auge und Ohr übereinstimmt, zeigt die Versuchsdurchführung sofort, daß die Wahrscheinlichkeit des Gleichzeitigkeitsempfindens mit dem Abstand s t e t i g sinkt (vgl. z.B. Hamlin, 1895; Hirsch und Sherrick, 1961).

§ 3. Eine wahrscheinlichkeitstheoretische Konsequenz des Zeitrastermodells.

Dieser Effekt widerlegt die Hypothese einer Zeitrasterung in subjektive Quanten der Länge x keineswegs; vielmehr folgt er wahrscheinlichkeitstheoretisch aus ihr, falls man zusätzlich voraussetzt, daß die

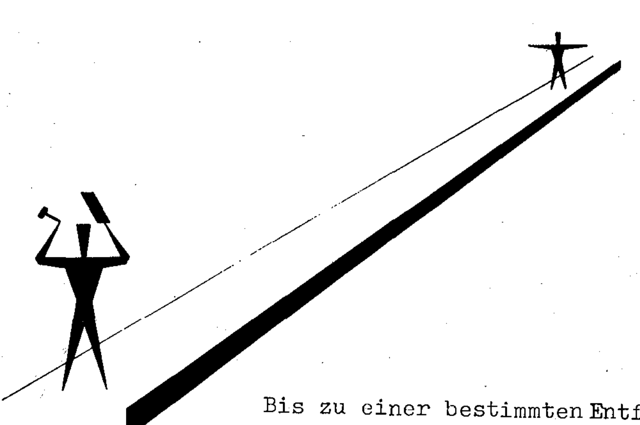


Bild 1:

Bis zu einer bestimmten Entfernung d erscheinen Ton und Bild eines Gongschlages als synchron. Bezeichnet c die Schallgeschwindigkeit, dann wäre d/c das "kleinste beobachtbare Zeitintervall". (Aus Auerbach, 1963)

Zeitrasterung nicht durch einen Sinneseindruck (ähnlich wie eine Stoppuhr) in Gang gebracht wird, sondern unabhängig von den Sinnesreizen ist (Bild 2). Dann werden zwar zwei Ereignisse A und B, die im Abstand $T = x$ aufeinander folgen, immer in zwei v e r s c h i e d e n e n Zeitquanten registriert (Fall 1 in Bild 2), zwei Ereignisse im Abstand $T \quad x$ aber nur mit der Wahrscheinlichkeit $p = (x - T)/x$ im s e l b e n Zeitquant (Fall 2 in Bild 2).

Soll die Versuchsperson in diesem Falle entscheiden, ob A vor B oder B vor A erfolgte und hat sie (im Gegensatz zur Situation von Bild 1) dazu weder Anhaltspunkte noch Präferenzen, dann wird sie, da ihr die Ereignisse gleichzeitig erscheinen, mit Wahrscheinlichkeit 1/2 richtig urteilen. Da sie andererseits im Falle 3 von Bild 2 (Wahrscheinlichkeit 1-p) immer richtig urteilt, ist die Wahrscheinlichkeit a' der richtigen Aussage falls $T \quad x$:

$$a' = p/2 + (1-p) = 1/2\,(1+T/x)\,, \qquad (1)$$

während die Wahrscheinlichkeit a des mit dem objektiven Sachverhalt übereinstimmenden subjektiven Eindrucks nur gleich der Wahrscheinlichkeit von Fall 3 ist, also

$$a = 1-p = 2a' - 1\,. \qquad (2)$$

Aus (1) und (2) folgt für die Länge x des SZQ:

$$x = \frac{T}{2a'-1} = \frac{T}{a} \qquad (3)$$

Macht man genügend zahlreiche Versuche, dann kann man die Trefferhäufigkeit als Näherung für die Wahrscheinlichkeit a' verwenden. Dabei

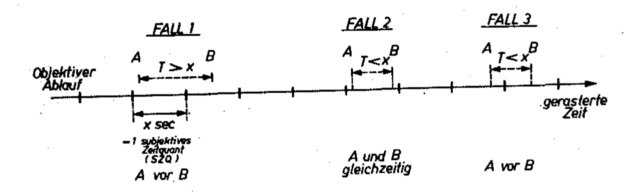


Bild 2: Das subjektive Zeitauflösungsvermögen unter Voraussetzung einer reizunabhängigen Zeitrasterung. Es gibt hierbei kein "kleinstes beobachtbares Zeitintervall"!

muß das Urteil über die Reihenfolge der Reize A,B nach jedem Reizpaar getrennt verlangt werden. Wiederholt man nämlich das Reizpaar bei gleichem Zeitabstand T mehrfach und verlangt erst dann ein Zeitfolgeurteil, dann wächst die Wahrscheinlichkeit, daß wenigstens einmal der Fall 3 (Bild 2) eintrat.

§ 4. Vergleich mit drei klassischen Versuchsserien.

Die von A.J.Hamlin (1895) mitgeteilten Versuchsergebnisse sind geeignet, in Gleichung (3) eingesetzt zu werden, obwohl die Autorin "das kleinste beobachtbare Intervall zwischen Reizen, die auf verschiedene Sinne oder auf verschiedene Organe desselben Sinnes wirken", zu bestimmen suchte; eine solche Größe existiert aber nach dem hier gewählten Ansatz nicht. Die Autorin verwendete einen Lichtblitz als optischen, ein Knackgeräusch als akustischen und einen auf Mittel- und Ringfinger gegebenen Elektroschock als elektrischen Reiz. Die beigefügte Tabelle zeigt in den Spalten 1-4 die Originalergebnisse und in den Spalten 5 und 6 unsere Auswertung nach Gleichung (2) und (3). Da in Gleichung (3) der Nenner für a' = o,5 verschwindet, und für kleine Werte des Nenners kleine Ungenauigkeiten desselben sich sehr stark fortpflanzen, wurden nur die 1 26o Teilversuche berücksichtigt, bei denen a' ≥ o,7 war, so daß nach unserem Ansatz bei wenigstens a = 40% der Reizpaare die Reihenfolge nicht nur erraten wurde.

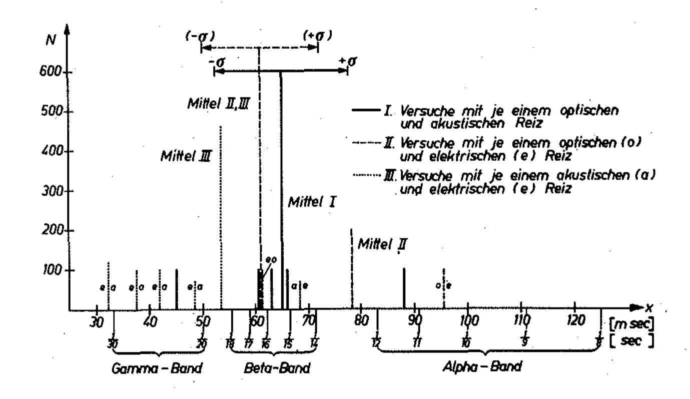


Bild 3: Versuchsauswertungen zur Bestimmung des subjektiven Zeitquants (Moments), ausgehend von der in Bild 2 angestellten Wahrscheinlichkeitsbetrachtung.

Die Analyse der Ergebnisse (vgl. Bild 3) zeigt, daß bei den Versuchen mit optischen und akustischen Reizen Ergebnisse erzielt werden, die sich bei relativ geringer Streuung (σ = 12,6 msec) im Gebiet der Beta-Schwingungsdauer häufen: 2/3 der Resultate weisen auf eine Länge x des SZQ hin, die zwischen 1/17 sec und 1/15 sec liegt. Der Bereich der mittleren quadratischen Abweichung vom Mittelwert 65,o msec deckt sich ungefähr mit dem Gebiet der Beta-Schwingungsdauern. Wird mit elektrischen Reizen gearbeitet, dann weichen die relativ wenigen Versuchsergebnisse so stark voneinander ab, daß nur eine grobe Abschätzung der Dauer des SZQ - zwischen 1/13 und 1/3o sec - möglich ist. (Die Angabe einer Streuung hat wenig Sinn.) Sehr unwahrscheinlich ist jedoch auch hier der Bereich der Alpha-Schwingunsdauern. Der Mittelwert stimmt gut mit dem durch die erste Versuchsgruppe erhaltenen überein. (Bei der Gewichtung ist zu beachten, daß wegen unterschiedlicher Laufzeiten in verschiedenen Sinnesmodalitäten mit einer systematischen Differenz der erhaltenen Werte für x zu rechnen ist, so daß es nicht gerechtfertigt wäre, das gemittelte Ergebnis z.B. der Versuchsgruppe "Blitz vor Knack" stärker als das der Gruppe "Knack vor Blitz" zu gewichten, obwohl die Anzahlen der Einzelversuche sich wie 5 : 1 verhalten!)

Die Auswertung der Hamlinschen Untersuchungen unter Voraussetzung einer subjektiven Zeitrasterung führt also zu einem Ergebnis, das mit den oben erwähnten auf anderem Wege erzielten Bestimmungen der Länge des SZQ übereinstimmt. Dies ist, wie eingangs betont, kein Beweis für das Modell, rechtfertigt aber seine weitere Verwendung. Insbesondere kann festgestellt werden, daß die Voraussetzung einer Zeitrasterung jedenfalls nicht zu der in der kybernetischen Literatur vorherrschenden Größenordnung 1/1o sec für das SZQ führt.

Anzumerken ist schließlich noch, daß man sehr viel kleinere Werte für x erhält, wenn man die von A.J.Hamlin ebenfalls durchgeführten Untersuchungen bei Reizung des linken oder rechten Organs d e r s e l b e n Sinnesmodalität nach derselben Methode auswertet (akustisch: 3o,6 msec; elektrisch: 41,6 msec). Es scheint also ein besseres Zeitauflösungsvermögen untergeordneter Zentren zu existieren, was ja auch erwartet werden konnte. (Allerdings wird dies durch neuere und exaktere - aber weniger zahlreiche - Untersuchungen von I.Hirsch, 1961, der sich mit den Hamlinschen Resultaten nicht auseinandersetzt, nicht voll bestätigt). Außerdem fällt auf, daß bei kürzerem Reizabstand überwiegend ein etwas kürzerer Wert für x resultiert. Falls dieser Effekt auch bei

(1) Reizart	(2) Zahl N der Versuche	(3) T/msec	(4) a'	(5) a=2a'-1	(6) x/sec=T/a
I.					
a) Blitz vor Knack (oa)	1oo	18	o,7o	o,4o	45,o
	1oo	29	o,73	o,46	63,o
	1oo	29	o,74	o,48	6o,4
	1oo	44	o,75	o,5o	88,o
	1oo	44	o,84	o,68	64,8
	Mittelwert bei 5oo Versuchen:				64,2
b) Knack vor Blitz (ao)	1oo	29	o,72	o,44	65,9
Gesamtmittel der Gruppe I:					65,o
II.					
a) Blitz vor Elektroschock (oe)	1oo	44	o,73	o,49	95,6
b) Elektroschock vor Blitz (eo)	1oo	44	o,86	o,72	61,1
Gesamtmittel der Gruppe II:					78,3
III.					
a) Knack vor Elektroschock (ae)	7o	3o	o,72	o,44	68,2
b) Elektroschock vor Knack (ea)	1oo	18	o,74	o,48	37,5
	12o	18	o,78	o,56	32,2
	7o	3o	o,81	o,62	48,4
	1oo	31	o,87	o,74	41,9
	Gewichtetes Mittel bei 39o Versuchen:				38,9
Gesamtmittel der Gruppe III:					53,5
Gewichtetes Mittel der Gruppen II und III (66o Versuche):					61,o
Gewichtetes Mittel aller 126o Versuche					62,9

einer größeren Anzahl von Einzelversuchen erhalten bleibt, müßten mehr oder weniger naheliegende Zusatzannahmen (z.B. unscharfe Begrenzungen der einzelnen Zeitquanten oder Zusammenwirken von Schwankungserscheinungen der Länge des SZQ im Beta-Bereich mit unvollkommen berücksichtigten Laufzeitdifferenzen des Reizsignals in verschiedenen Sinnesorganen) herangezogen werden. -

Schrifttumsverzeichnis

Auerbach, Rudolf: Kybernetika. Chemiker-Zeitung - Chemische Apparatur, Bd. 87 No. 1, 1963, S.3-6

Brecher, Gerhard A.: Die Entstehung und biologische Bedeutung der subjektiven Zeiteinheit, - des Moments. Zeitschrift für vergleichende Physiologie, Bd. 18, No.1, 1932, S.2o4-243

Frank, Helmar: Kybernetische Grundlagen der Pädagogik. Eine Einführung in die Informationspsychologie. Agis-Verlag, Baden-Baden und Gauthier Villars, Paris, 1962, 175 S.

Hamlin, Alice J.: On the least observable Interval between Stimuli addressed to disparate Senses and to different Organs of the same Sense. The American Journal of Psychology, Bd.6, No.4, 1895, S.564-575

Hirsch, Ira und Sherrick, Carl: Perceived Order in Different Sense Modalities. Journal of Experimental Psychology, Bd.62, No.5, 1961, S.423-432

Huant, E.: Information sensorielle et information conceptionelle dans l'activité bio-électrique du cerveau. Akten des 2. Kongresses für kybernetische Medizin, Amsterdam 1963 (Hsg. von N.Wiener und J.P.Schadé)

Rohracher, Hubert: Einführung in die Psychologie. Urban & Schwarzenberg, Wien/Innsbruck, 7. Auflg. 196o, 524 S.

Steinbuch, Karl: Automat und Mensch. Springer, Heidelberg, 1961, 253 S.

von Baer, Karl Ernst: Welche Auffassung der lebenden Natur ist die richtige? und wie ist diese Auffassung auf die Entomologie anzuwenden? In: K.E.v.Baer: Reden gehalten in wissenschaftlichen Versammlungen und kleinere Aufsätze vermischten Inhalts. 1. Theil: Reden. Verlag der Kaiserlichen Hofbuchhandlung H.Schmitzdorff, St. Petersburg 1864 (Reproduktion in Band 3, 1963, der GrKG) S.237-284

von Cube, Felix: Grundsätzliche Probleme bei der Anwendung der Shannonschen Formel auf Wahrnehmungstheorie und Lerntheorie. GrKG Bd.1, No.1, 196o, S.17-24

von Uexkull, J.: Theoretische Biologie (2. Auflage) Julius Springer, Berlin 1928

Wiener, Norbert: Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine. Actualités scientifiques et industrielles 1o53, Hermann & Cie, Paris 1948, 194 S.

Wundt, Wilhelm: Grundzüge der Physiologischen Psychologie. Wilhelm Engelmann, Leipzig 1874.

(Eingegangen am 25.5.63)

UNTERSUCHUNGEN ZUR FRAGE DES AUTORS DER "NACHTWACHEN VON BONAVENTURA" MIT HILFE EINFACHER TEXTCHARAKTERISTIKEN

von J. Thiele, Uetersen

Zur Frage des Autors des 18o5 bei F.Dienemann & Co. in Penig erschienenen Romans "Nachtwachen von Bonaventura" sind seit der Jahrhundertwende mehrere größere Arbeiten und etwa 3o Veröffentlichungen kleineren Umfangs erschienen, (s. die Zusammenstellung in der Ausgabe der "Nachtwachen" von Jörgen Hendriksen, 1943 (21), vgl. (34)). Exakte statistische Verfahren wurden zur Lösung des Problems bisher nicht herangezogen. Als mutmaßliche Verfasser wurden genannt:

1. Schelling Aufgrund des Pseudonyms "Bonaventura", unter dem Schelling 18o2 in Schlegel-Tiecks Musenalmanach einige Gedichte beigetragen hatte, nennen mehrere Nachschlagewerke des 19.Jahrhunderts Schelling als Verfasser (so Fr.Rassmanns "Kurzgefaßtes Lexikon pseudonymer Schriftsteller..." Leipzig 183o; vgl. (23)).
2. E.T.A.Hoffmann (R.M.Meyer, G.Thimme (31), (35)).
3. Friedrich Gottlob Wetzel (1) (Franz Schultz (33)).
4. Clemens Brentano (Erich Frank (22)).
5. Karl Christian Fischer (Josef Körner (Der Große Brockhaus, 15.Aufl. Bd.6, 193o, S.268)).

E.T.A.Hoffmann kommt nach den Untersuchungen von Schultz ((33); vgl. (32)) als Verfasser nicht infrage; Körner hat Material, das seine Vermutung stützen könnte, nicht vorgelegt. Die Auffindung bisher nicht bekannter Dokumente, die Hinweise auf den Autor der "Nachtwachen" enthalten könnten, ist leider kaum zu erwarten, die Akten des Verlages Fr. Dienemann müssen als verloren gelten.

Im folgenden sollen Arbeiten von Schelling, Brentano und F.G.Wetzel, die in den Jahren um 18o4 entstanden sind, untersucht und deren Textkonstanten mit denen des "Nachtwachen"-Textes verglichen werden. Dabei wird vorausgesetzt, daß zur gleichen Zeit verfaßte Arbeiten eines Autors, die der gleichen Literaturgattung zuzurechnen sind, im Durchschnitt der einzelnen Abschnitte gleiche Textkonstanten aufweisen. Die Gültigkeit dieser Hypothese kann nicht bewiesen werden, sie wird jedoch gestützt durch die Ergebnisse einer Anzahl vergleichender statistischer Analysen der Werke von Schriftstellern aus verschiedenen Epochen. Die Konstanten von

Abschnitten aus weiteren Werken Schellings und Wezels aus den Jahren um 18o4 weisen innerhalb der Fehlergrenzen die gleichen Werte auf wie die Abschnitte des eingehend untersuchten Textes des betreffenden Autors ("Philosophie und Religion"; "Kleon"). Vgl. Abb.

Von (2) den Seite 36 genannten Werken wurden in einem je etwa 1o Abschnitte zu je 4oo bis 1ooo Wörtern umfassenden Stichprobenverfahren bestimmt:

a. die mittlere Satzlänge $\bar{J}$,
b. die mittlere Silbenzahl pro Wort $\bar{I}$,
c. die Textentropie $S_{\bar{I}}$ (die Größe $S_{\bar{I}}$ wird bestimmt durch die prozentualen Anteile der n-silbigen Wörter (n = 1, 2, 3...) am Text), $S_{\bar{I}} = \text{konst} \sum_i p_i \ln p_i$,

$$p_i = \frac{z_i}{N}, \quad \sum_{i=1}^{I} p_i = 1, \quad z_i = \text{Anzahl der i-Silbler im Text}$$

N = Anzahl der Wörter des Textes,

d. die mittlere Länge der Ketten gleichsilbiger Wörter im Text ($\bar{r}$) und $S_{\bar{r}} = \text{konst} \sum_i q_i \ln q_i$,

$$q_i = \frac{y_i}{K}, \quad \sum_{i-1}^{I} q_i = 1, \quad y_i = \text{Anzahl der Ketten der Länge i im Text}$$

K = Anzahl der Ketten im Text.

Die Ergebnisse der Zählungen sind zusammengestellt in der beigefügten Übersicht und in Abb. 1 und 2. Gemäß den Unterschieden in $\bar{I}$ und $\bar{J}$ ist zunächst der Text Schellings auszusondern. Die Abweichungen sind größer, als daß sie durch das vom philosophischen Thema aufgenötigte Vokabular bedingt sein könnten. Die Bestimmung der die Reihenfolge der einzelnen Textelemente berücksichtigenden Konstanten $\bar{r}$ und $S_{\bar{r}}$ scheidet sodann den Brentano-Text von den "Nachtwachen" und den Texten Wezels, die auch in **diesen Konstanten im wesentlichen übereinstimmen:** ($\bar{\bar{r}}$ = **1,57. 1,57** ; $\bar{S}_{\bar{r}}$ = 1,42o, 1,465); $\bar{\bar{r}}$, $\bar{S}$ bezeichnen die Mittelwerte aus den $\bar{r}$ und S der n einzelnen Abschnitte. In der Tabelle geben die Zahlen nach den Mittelwerten die mittlere Streuung an; innerhalb eines durch

$$\bar{x} \pm 1,2 \left\{ \frac{\sum_\nu (x_\nu - \bar{x})^2}{n} \right\}^{1/2}, \quad (x = \bar{r}, S)$$

bestimmten Volumens sollten 7o% der Werte liegen.

Nach den von der statistischen Methode erfaßten Ähnlichkeiten der Formalstruktur zwischen den "Nachtwachen" und den Arbeiten F.G.Wezels käme von den hier geprüften Autoren nur Wezel als möglicher Verfasser der "Nachtwachen" in Betracht.

Abb. 1

Der Text Schellings (X) unterscheidet sich in den Textkonstanten $\bar{i}$ und $\bar{j}$ deutlich von den Texten der anderen Autoren und den 'Nachtwachen'. die Mittelwerte sind durch einen größeren Kreis angedeutet; die Kreuze markieren ein Volumen, das 70% der Werte der ausgezählten Abschnitte des betr. Textes enthält.

● Nachtwachen
○ Brentano
+ Wetzel
× Schelling

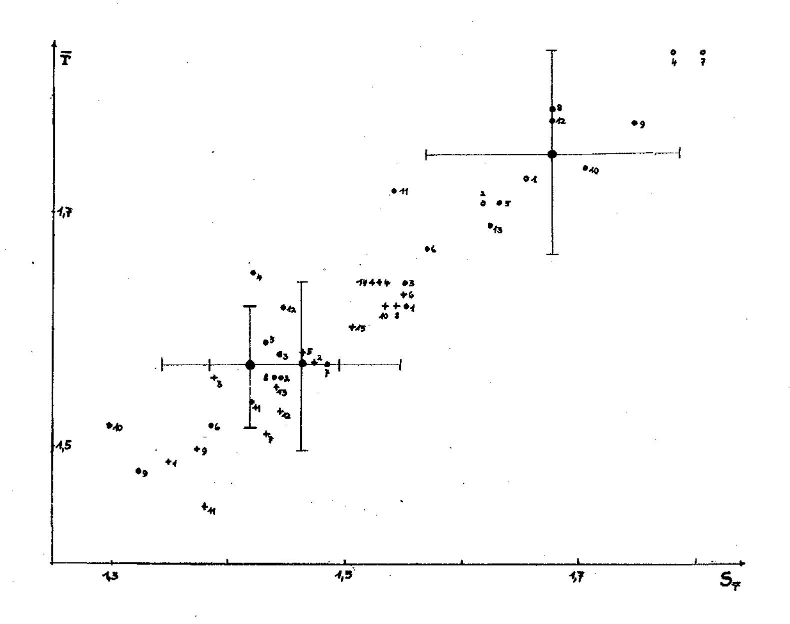
Statistische Analysen dürften in vielen Fällen zur Stützung und zur Ergänzung der Ergebnisse von Vergleichen aufgrund inhaltlicher Merkmale nützlich sein.

Herrn cand. phil. Gerhard Köhn, Hamburg, danke ich für seine Hilfe bei den Zählarbeiten.

U n t e r s u c h t e   T e x t e

(1) Nachtwachen. Von Bonaventura.
Penig: F. Dienemann und Comp. 18o5
(Journal von neuen deutschen Original Romanen in 8 Lieferungen jährlich. 3. Jg. 18o4. 7.Lieferung). (Ausg. (22) gibt alle Einzelheiten des Erstdrucks wieder)

(2) Brentano, Clemens — Godwi, hrsg. von Heinz Amelung.
München und Leipzig: Georg Müller 19o9
(Clemens Brentanos Sämtliche Werke, ...



● 'Nachtwachen'
○ Brentano
+ Wetzel

Abb. 2. In den Textkonstanten $\bar{r}$ und S_r stimmen 'Nachtwachen' und 'Kleon' weitgehend überein, 'Godwi' weist wesentlich höhere Werte auf.

hrsg. von Carl Schüddekopf, 5. Bd)
S. 1 - 21o: Godwi oder das steinerne Bild der Mutter, ein verwilderter Roman .. (Bd. 1). 18o1
S. 211-476: Godwi ... Bd. 2. 18o2

(3) Schelling, Friedrich Wilhelm Joseph von Philosophie und Religion. 18o4. In: F.W.J. von Schellings sämtliche Werke. 1. Abth. 6. Bd.
Stuttgart und Augsburg: J.G.Cotts 186o

(4) " Propädeutik der Philosophie. (Aus dem handschriftlichen Nachlaß.) Geschrieben um 18o4. In: F.W.J. von Schellings sämtliche Werke. 1. Abth. 6. Bd. ... 186o.

(5) " Vorlesungen über die Methode des academischen Studium. 2., unveränd. Ausg. Stuttgart und Tübingen: J.G.Cotta 1813 (1. Aufl. erschien 18o3)

(6) Wetzel, Friedrich Gottlob Kleon der letzte Grieche, oder der Bund der Mainotten. Nach dem Neugriechischen von F. G. Wezel.
Ronneburg und Leipzig: August Schumann 18o2

(7) " Briefe über Brown's System der Heilkunde. Von F.G. Wezel, ...
Leipzig: C.G.Weigel 18o6

(8) " Fischers Reise von Leipzig nach Heidelberg im Herbst 18o5
Görlitz: Anton 18o8

Ergebnisse der Zählungen (Mittelwerte)
(vgl. die Erläuterungen)

	$\bar{J}$	$\bar{I}$	$S_{\bar{I}}$	$\bar{r}$	$S_{\bar{r}}$
"Nachtwachen"	31,4±5,4	1,69 ±o,o7	1,629 ±o,o72	1,57 ±o,o5	1,42o ±o,o63
Brentano, "Godwi"	31,2±3,4	1,62 ±o,o5	1,5o2 ±o,o72	1,75 ±o,o9	1,676 ±o,o88
Wetzel, "Kleon"	25,4±3,o	1,7o ±o,o3	1,614 ±o,o38	1,57 ±o,o5	1,465 ±o,o76
Schelling, "Philosophie.."	42,1±5,3	1,84 ±o,o6	1,763 ±o,o94		

Verzeichnis der ausgewerteten Textabschnitte
(6,23 = Seite 6, Zeile 23. Die Zahlen in den Abb. entsprechen den Zahlen in der Tabelle)

Zu Abb.1

	"Nachtwachen"(1)	Brentano (2)	Wetzel (6)	Schelling (3)
1	1 - 11	7 - 11,5	3 - 11,7	13 - 15
2	24 - 3o,11	41,22 - 44,26	42 - 47,17	16 - 18,13
3	44 - 5o,17	63,26 - 66,7	1o2 - 1o6,3	18,14 - 2o
4	78 - 86,1o	89,15 - 92,13	144 - 149,16	21 - 23,12
5	1oo,18 - 1o5,5	158,32 - 162,4	198 - 2o3,1o	36,19- 38,1o
6	13o - 134,14	236,3 - 237,3o	254 - 259,1o	44,8 - 45,29
7	153 - 158	292 - 294,6	314,6 - 319	5o,15 - 52,24
8	192 - 2oo	319,26 - 321,4	368 - 372,12	6o - 61,31
9	217 - 222,15	341 - 342,19	433,13 - 437	65 - 67,4
1o	255 - 261,1o	386,8 - 387,33	5oo,6 - 5o4	68,33 - 7o
11	287,19 - 292,6			

Kontrolltexte

	Wetzel (7)	Schelling (5)
11	62,1o - 64,18	3 - 6,9
12		121 - 124,5
		Schelling (4)
13		86,15 - 88,2

Zu Abb. 2

	"Nachtwachen" (1)	Brentano (2)	Wetzel (6)
1	1 - 5,3	217,24 - 218	3 - 11,7
2	24 - 28,9	236,3 - 237,3o	42 - 47,17
3	44 - 49,8	25o,7 - 251	1o2 - 1o6,3
4	78 - 82,13	27o,27 - 272,5	144 - 149,16
5	1oo,18 - 1o5,5	292 - 294,6	198 - 2o3,1o
6	13o - 134,14	319,26 - 321,4	254 - 259,1o
7	153 - 158	341 - 342,19	314,6 - 319
8	192 - 196,2	37o,19 - 371,26	368 - 372,12
9	217 - 222,15	386,8 - 387,33	433,13 - 437
1o	23o - 235,15	394,13 - 396,2o	5oo,6 - 5o3,19
11	255 - 258,13	7 - 9,5	
12	288,19 - 292,6	41,22 - 43,23	
13		63,26 - 65,12	

Kontrolltexte

	Wetzel (7)
11	1 - 4,19
12	62,1o - 64,18
13	25o - 252
	Wetzel (8)
14	3 - 6,21
15	33,4 - 36,14

A n m e r k u n g e n

(1) F.G.Wetzel wurde am 14.9.1779 in Bautzen geboren. Er studierte von 1799 bis 18o3 in Leipzig und Jena Medizin. In den Jahren 18o6 bis 18o9 war Wetzel als Journalist in Dresden, seit 181o als Schriftleiter des "Fränkischen Merkur" in Bamberg tätig, wo er am 29.7.1819 starb. Angaben über Veröffentlichungen Wetzels und biographisches Material geben Schultz (33) und Trube (41).

(2) Ausgewählt wurden einheitlich in Prosa geschriebene Abschnitte in möglichst gleichen Abständen.

Die ausgezählten Abschnitte betragen in % der Länge des gesamten Werks:

"Nachtwachen"	2o
"Godwi" Bd.2	1o
"Kleon"	1o
"Philosophie und Religion"	4o

Voruntersuchungen ergaben, daß eine Textlänge von etwa 3oo bis 4oo Wörtern ausreicht, um zufällige Schwankungen in den Ergebnissen der Bestimmung der Textkonstanten auszuschalten. Die Streuung der Werte der einzelnen Abschnitte eines Textes gibt ein Maß für dessen formale Einheitlichkeit.

L i t e r a t u r v e r z e i c h n i s

I. Textstatistik

11 Fucks, Wilhelm — Mathematische Analyse von Sprachelementen, Sprachstil und Sprachen. Köln 1955 (Veröff. d. Arbeitsgemeinschaft f. Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen H. 34a)

12 " " — Zur Deutung einfachster mathematischer Sprachcharakteristiken. Köln 1956 (Forschungsberichte des Wirtschaftsministeriums des Landes Nordrhein-Westfalen Nr. 344)

13 " " — Mathematische Analyse des literarischen Stils. Studium Generale Jg. 6, 1953, H.9, S. 5o6-523.

14 Guiraud, Pierre — Problèmes et méthodes de la statistique linguistique. Dordrecht 1959

15 Herdan, Gustav — Language as Choice and Chance. Groningen 1956

16 " " — Type-Token Mathematics. A textbook of mathematical linguistics. 's-Gravenhage 196o

II. Zur Frage des Autors der "Nachtwachen"

21 — Nachtwachen/ von Bonaventura. Hrsg. von Jörgen Hendriksen. Köbenhavn 1943

22 — Clemens Brentano. Nachtwachen von Bonaventura. Hrsg. von Erich Frank. Heidelberg 1912

23 Nachtwachen. Von Bonaventura. Hrsg. von Hermann Michel. Berlin 1904 (Deutsche Literaturdenkmale des 18.und 19.Jahrhunderts Nr. 133)

31 Meyer, R.M. Nachtwachen von Bonaventura. Euphorion Bd 10, 1903, S. 578-588

32 Müller, Hans v. Nachträgliches zu E.T.A. Hoffmann. Euphorion Bd 10, 1903, S. 589-592

33 Schultz, Franz Der Verfasser der Nachtwachen von Bonaventura. Untersuchungen zur deutschen Romantik. Berlin 1909

34 Stachow, Joachim Studien zu den Nachtwachen von Bonaventura .. Hamburg Phil. Diss. 1957

35 Thimme, Gottfried Rezension von "Nachtwachen von Bonaventura. Hrsg. von Hermann Michel". Euphorion Bd 13, 1906, S. 159-184

41 Trube, Hans Friedrich Gottlob Wetzels Leben und Werk. Mit besonderer Berücksichtigung seiner Lyrik. Berlin 1928 (Germanische Studien ... H. 58)

(Eingegangen am 17.2.1963)

ÜBER DEN BEGRIFF DER GRUPPENENTROPIE

von Rul Gunzenhäuser (Stuttgart/Esslingen) und
Felix von Cube (Berlin/Stuttgart).

In erster Näherung verstehen wir unter "elektiver Entropie" ein mathematisches Maß für ein endliches Schema (ein Repertoire aus endlich vielen Elementen mit Wahrscheinlichkeitsverteilung bzw. Häufigkeitsverteilung), bei dem im Unterschied zum Begriff der selektiven Entropie die "Wahrscheinlichkeiten" bzw. "Häufigkeiten" als gegenseitige Wahlen oder allgemeiner als gegenseitige Beziehungen der Elemente gedeutet werden. So wie der Begriff der (selektiven) Entropie im Sinne von Information ursprünglich aus der Nachrichtentechnik stammt und durch seine Mathematisierung zu einem zentralen Begriff für die Beschreibung der verschiedensten Wirklichkeitsbereiche wurde, so ergibt sich der im folgenden zu definierende Begriff der elektiven Entropie aus dem Problemkreis der Soziometrie und wird durch seine Mathematisierung zum zentralen Begriff für weitere Wirklichkeitsbereiche (z.B. Verkehr, Spiele, Drama etc.)

Unter Soziometrie versteht Moreno (1954) diejenige Disziplin der Soziologie, die sich "mit dem mathematischen Studium psycholozialer Charaktere der Bevölkerung, mit den experimentellen Methoden und den Ergebnissen, die aus der Anwendung quantitativer Prinzipien resultieren" befaßt. Ausgangspunkt und Grundlage soziometrischer Untersuchungen ist der soziometrische Test; er ist "eine Methode der Erforschung sozialer Strukturen durch Messen der Anziehungen und Abstoßungen, die zwischen den Angehörigen einer Gruppe bestehen". Die Anzahl der Wahlen, die bei einem solchen Test ein Individuum auf sich vereinigt, sowie Anzahl und Art der gegenseitigen Wahlen ("Paare", "Ketten", etc.) gestatten einen ersten Einblick in die soziale Struktur einer Gruppe. Zur Darstellung dieser Struktur wird dabei die "soziometrische Matrix" oder das "Soziogramm" benutzt (Moreno, 1954).

Moreno verwendet die soziometrische Methode zur Aufdeckung gesetzmäßiger Abhängigkeiten der sozialer Strukturen von Alter, Geschlecht und Lebensverhältnissen der Individuen, zur Aufdeckung von Motiven und zur Einleitung pädagogischer Maßnahmen wie Umgruppierungen und Neuordnungen. Unter anderem entdeckt Moreno den sogenannten soziodynamischen Effekt, der auch für unsere Untersuchungen von Bedeutung ist. Er versteht

darunter die Abweichung einer tatsächlichen, durch Test ermittelten Gruppenstruktur von der Zufallsstruktur, d.h. derjenigen Struktur einer Gruppe, die durch eine rein zufällige Verteilung der Wahlen zustandekommen würde. Moreno hat gezeigt, daß die tatsächliche Anzahl der Isolierten um durchschnittlich 250% höher liegt als es dem Zufall entspricht; auch bilden sich erheblich mehr "Stars" und gegenseitige Strukturen als in der Zufallsverteilung.

Bei der Beurteilung der sozialen Gruppenstrukturen und zur Aufstellung von Gesetzmäßigkeiten und Theorien fehlt Moreno ein mathematisches Maß für diese Strukturen. Ein solches Maß wollen wir im folgenden durch den Begriff der elektiven Entropie einführen.

Eine Definition der elektiven Entropie eines Systems von Elementen, die sich gegenseitig "wählen" (in einem allgemeinen Sinne) kann auf folgende drei Arten erfolgen:

1. "Elektive Entropie der Elemente" oder "Gruppenentropie" (EE):

Legt man als Repertoire n verschiedene Elemente zugrunde, wobei jedes Element unter den anderen $m = n - 1$ Elementen k "Wahlen" trifft und ordnet diesen "Gewählten" als relative Häufigkeiten h_i ($i=1,2,\ldots,n$) die durch die Gesamtzahl n·k der "Wahlen" normierten (absoluten) "Wahlen" v_i zu, so daß also

$$h_i = \frac{v_i}{n.k} \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^{n} h_i = 1$$

gilt, dann versteht man unter der "elektiven Entropie der Elemente" oder der "Gruppenentropie" EE dieses Systems den Ausdruck

$$EE = \sum_{i=1}^{n} h_i \cdot \mathrm{ld} \frac{1}{h_i} .$$

Selbstverständlich hängt die definierte Entropie EE von den speziellen Werten für k und n ab. Es ist indessen möglich, durch eine geeignete Normierung auch Systeme zu vergleichen, die sich hinsichtlich der Anzahl ihrer Elemente und den gegebenen Wahlmöglichkeiten unterscheiden. (vgl. § 4)

2. "Elektive Entropie der Wahlklassen auf der Basis der Wahrscheinlichkeiten" (EKW):

Legt man nicht die Elemente selbst, d.h. die "Wählenden" zugrunde, sondern die Klassen der i-mal Gewählten ($i = o,\ldots n-1$) **und definiert** als

Wahrscheinlichkeit p_i einer Wahlklasse (i) diejenige Wahrscheinlichkeit, die einem stochastischen Wahlprozeß entspricht, d. h. also nach Bernoulli

$$p_i = \binom{n-1}{i} p^i \; q^{n-1-i}$$

für $i = 0,1,\ldots,n-1$; $p = \frac{k}{n-1}$; $q = 1 - p$

und als h_i die tatsächliche relative Häufigkeit des Auftretens der Wahlklassenelemente, so wird folgender Ausdruck als "elektive Entropie der Wahlklassen auf der Basis der Wahrscheinlichkeiten" definiert:

$$EKW = \sum_{i=0}^{n-1} h_i \; \mathrm{ld} \frac{1}{p_i} \qquad \sum h_i = 1 \; ; \quad \sum p_i = 1 \; ;$$

(Diese Formel entspricht der durchschnittlichen Information eines Textes auf einem bekannten Repertoire, wobei die Textelemente eine durch das endliche Schema gegebene Wahrscheinlichkeit p_i besitzen und im Text mit den tatsächlichen relativen Häufigkeiten h_i auftreten.)

3. "Elektive Entropie der Wahlklassen auf der Basis der Häufigkeiten" (EKH):

Versteht man unter h_i die relative Häufigkeit der Wahlklassen (i), so wird die "elektive Entropie der Wahlklassen auf der Basis der Häufigkeiten" durch folgenden Ausdruck definiert:

$$EKH = \sum_{i=0}^{n-1} h_i \,.\mathrm{ld} \frac{1}{h_i} \qquad \sum h_i = 1$$

Dieser Terminus wurde von Moles (1960) unter dem Begriff der Komplexität eines Organismus eingeführt: "Die Komplexität eines Organismus hängt nur von den Häufigkeiten (innerhalb des Organismus!) der zu seinem Aufbau verwendeten verschiedenen Elemente ab."

Unter den drei genannten Definitionen ist die Definition 2 für die Anwendung auf soziale Gruppen zwar prinzipiell geeignet, sie ist jedoch rechnerisch sehr umständlich zu handhaben. Definition 3 ist für die Anwendung auf soziale Gruppen nicht geeignet, da das Maximum bei der Gleichverteilung der Klasse auftritt, d.h. bei gleicher Häufigkeit der

i-mal Gewählten. Diese spezielle Gruppenstruktur zeichnet sich aber keineswegs als besonders "ordnungshaltig" aus.

Insbesondere liegt der Nachteil der Definition 3 darin, daß sich die Abweichungen von der Gleichverteilung der Klassen und der Zufallsstruktur nach "oben", d.h. zur Gleichverteilung der Wahlen hin, bzw. nach "unten" numerisch nicht erkennen lassen. Damit fehlt aber ein eindeutiger Vergleichsmaßstab, der für die Untersuchung soziometrischer Gesetzmäßigkeiten unbedingt erforderlich ist. Am besten eignet sich zweifellos Definition 1, da hier die Entropie zwischen dem Maximum (Gleichverteilung der Wahlen) und dem Minimum (charakterisiert durch ein Maximum an Stars und Isolierten) monoton abnimmt. Aus diesem Grunde wurde diese Art der elektiven Entropie als "Gruppenentropie" bezeichnet.

Da die Gruppenentropie (wie auch die anderen Arten der elektiven Entropie) von den Größen n und k abhängt, ist es zweckmäßig, eine Normierung einzuführen, die den Vergleich von Gruppenstrukturen mit verschiedener Elementenzahl und Wahlzahl ermöglicht. In Anlehnung an den Begriff der Redundanz und unter Berücksichtigung der Tatsache, daß die minimale Gruppenentropie wegen der Ganzzahligkeit der Summe der Wahlen nie Null werden kann, erhält die "normierte Gruppenentropie" (EEN) die Form

$$EEN = \frac{EE_{max}(n) - EE(k,n)}{EE_{max}(n) - EE_{min}(k,n)}$$

(Dabei ist EE_{max} = ld n; über die Berechnung von EE_{min} vgl. von Cube und Gunzenhäuser 1963.)

Als Beispiel für die numerischen Werte der Gruppenentropie und der normierten Gruppenentropie diene der Strukturenkomplex für n = 6 und k = 3:

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	EE	EEN
1	0	0	3	5	5	5	1,97	1,00
2	0	1	2	5	5	5	2,12	0,75
3	0	1	3	4	5	5	2,17	0,67
4	0	1	4	4	4	5	2,19	0,64
5	0	2	2	4	5	5	2,21	0,61
6	1	1	1	5	5	5	2,24	0,56
7	0	2	3	3	5	5	2,24	0,56
8	0	2	3	4	4	5	2,26	0,53
9	0	2	4	4	4	4	2,29	0,48
10	0	3	3	4	4	4	2,31	0,44
11	1	1	2	4	5	5	2,32	0,43
12	1	1	3	3	5	5	2,35	0,38
13	1	1	3	4	4	5	2,38	0,33
14	1	2	2	3	5	5	2,39	0,31
15	1	1	4	4	4	4	2,40	0,30
16	1	2	2	4	4	5	2,41	0,28
17	1	2	3	4	4	4	2,46	0,20
18	1	3	3	3	4	4	2,49	0,15
19	2	2	2	4	4	4	2,50	0,13
20	2	2	3	3	4	4	2,53	0,08
21	2	3	3	3	3	4	2,56	0,03
22	3	3	3	3	3	3	2,58	0,00

Der Begriff der normierten Gruppenentropie erlaubt die quantitative Erfassung der soziodynamischen Effekts, sowie die Aufstellung von Gesetzmäßigkeiten in der Veränderung von Gruppenstrukturen mit verschiedenen Faktoren. Insbesondere liegt die pädagogische Bedeutung dieses Maßes darin, daß - wie sich experimentell zeigen läßt - die Gruppenentropie als eine charakteristische Ordnungszahl sozialer Gruppen für sozial gut funktionierende Gruppen in einem bestimmten "sozialen Bereich" liegt.

Wird nun die Entropie einer Gruppe gemessen und liegt die Maßzahl innerhalb des genannten Bereichs, so wird man pädagogische Maßnahmen auf Einzelindividuen beschränken können; liegt die elektive Entropie der Gruppe hingegen außerhalb dieses Bereichs, so sind gruppenpädagogische Maßnahmen erforderlich. Ist z.B. die (normierte) Gruppenentropie zu hoch, d.h. besteht eine zu starke Differenzierung der Struktur und damit eine zu starke Ausprägung der sozialen Rollen, so muß der Binnenkontakt vermehrt werden. Ist dagegen die normierte Entropie zu niedrig, so sind Maßnahmen erforderlich, die zu einer ausgeprägteren Rollenverteilung führen. Der Begriff der Gruppenentropie stellt sich somit als ein wichtiges Hilfsmittel zur Einleitung und Kontrolle sozialpädagogischer Maßnahmen. **heraus**.

Literaturverzeichnis

Gunzenhäuser, Rul, und von Cube, Felix: Über die Entropie von Gruppen

Moles, A.A.: Über konstruktionelle und instrumentelle Komplexität. GrKG 1,2, 1960.

Moreno, I.L.: Die Grundlagen der Soziometrie. Köln und Opladen, 1954.

(Eingegangen am 28.1.1963)

ERSTE ANWENDUNG DER LERNMATRIX AUF LINEARPROGRAMMIERUNG UND SPIELTHEORIE

von S. Chow, Ithaca (USA)

(Die Untersuchungen zur vorliegenden Arbeit wurden während eines Studienaufenthaltes des Autors am Institut für Nachrichtenverarbeitung und Nachrichtenübertragung der Technischen Hochschule Karlsruhe durchgeführt.)

1. Einleitung.

Bei strategischen Problemen wie auch bei Spielen /1/ lassen sich die Regeln des Spiels durch ein System linearer Ungleichungen beschreiben, die in der Regel auch als "Einschränkungen" (constraints) bezeichnet werden. Das Problem besteht darin, eine solche Lösung zu finden, die sämtlichen Einschränkungen genügt und weiterhin die optimale Lösung einer zusätzlichen Gleichung ergibt.
Es sind Lösungsmethoden dieses Problems unter Verwendung eines Digitalrechners bekannt. In diesem Aufsatz soll indessen ein neuer Lösungsansatz diskutiert werden, der "nichtbinäre Lernmatrizen" /2,3,4,5/ verwendet.
Ein typisches Beispiel für Linearprogrammierung wird ausgeführt. Die Lösungsmethode unter Verwendung von Lernmatrizen wird auf einem Digitalrechner simuliert und die dabei erhaltenen Ergebnisse werden angegeben.
Weiterhin wird erörtert, inwieweit die Operationsgeschwindigkeit und die Genauigkeit der Lösung beeinflusst werden.
Abschließend werden einige Überlegungen angestellt zur technischen Realisierung von Systemen, die zu optimalen Lösungen der oben angegebenen Art führen, falls die Einschränkungen von vorangegangenen Lösungen abhängen.

1.1

Ein System linearer Ungleichungen läßt sich durch die Matrizengleichung

(1) $$\mathfrak{A}_{mn}\,\mathfrak{X}_{n1} \leq \mathfrak{k}_{m1}$$

erfassen, wobei die Koeffizienten von linear unabhänig sind. Wenn $n > m$ ist, existieren mehrere Werte $\mathfrak{X}$, die das Gleichungssystem genügen. Es ist dann beispielsweise möglich, eine Lösung dadurch zu finden, daß man die Werte $X_{n-m}, X_{n-m+1} \dots X_n$ Null setzt. In gleicher Weise erhält man eine Lösung für $X_1, X_2 \quad X_{n-m} = 0$

Es gibt tatsächlich unendlich viele Werte für die x.

1.2

Die optimale Lösung wird durch

(2) $$C(\mathfrak{x}) = c\,\mathfrak{x}$$

gegeben, wobei die x den Einschränkungen genügen und C ein Maximum annimmt.

1.3

Der Lösungsraum wird durch alle diejenigen Punkte mit den Koordinaten

$$x_1, x_2, \dots x_n$$

gebildet, die obigen Einschränkungen genügen. Die Grenzen des n-dimensionalen Lösungsraums werden durch Grenzebenen bestimmt, die sich durch

(3) $$\mathfrak{A}_{mn}\,\mathfrak{x}_{n1} = \mathfrak{k}_{m1}$$

beschreiben lassen. Es existieren genau m dieser Ebenen als geometrische Darstellung der m Einschränkungen. Für jedes $\mathfrak{x}$ existiert ein Wert $C(\mathfrak{x})$. Damit vereinfacht sich das Problem zur Aufgabe, im Lösungsraum dort einen Punkt zu finden, wo C ein Maximum besitzt.

1.4

Für jede der m Ebenen im n-dimensionalen Lösungsraum existiert ein Normalenvektor. Für eine durch

(4) $$\mathfrak{A}_{n1}\,\mathfrak{x}_{n1} = K$$

gegebene Ebene lassen sich die Komponenten des Normalenvektors durch

$$\frac{a_i}{|\mathfrak{A}|} = e_i$$

angeben.

Für einen außerhalb des Lösungsraums liegenden Punkt x_i wird wenigstens eine der Ungleichungen einen Wert

(5) $$\sum_{i=1}^{n} a_{ji}\,x_i - K_j = \varepsilon$$

annehmen, wobei ε positiv ist.

Addiert man zum Lösungsvektor einen Vektor $\mathfrak{N}_i$, so wird

$$\varepsilon = \varepsilon - \Delta\varepsilon$$

Das Verhältnis $\frac{\Delta\varepsilon}{|\mathfrak{N}_i|}$ erreicht ein Maximum, wenn $\mathfrak{N}_i$ Komponenten der Größe $-K a_i$ in jeder Koordinate besitzt.

1.5

In Bild 1 ist der Lösungsraum dargestellt. Die senkrecht schraffierte Fläche erfüllt Einschränkung 1, die waagerecht schraffierte Fläche Einschränkung 2. Beide Einschränkungen werden offensichtlich in der senkrecht und waagerecht schraffierten Fläche erfüllt.

Man kann zeigen, daß Gleichung (2) durch eine Schar paralleler Ebenen C = const dargestellt wird. Die optimale Lösung wird durch den Punkt gegeben, für den

(6) $$\sum_{i=1}^{n} a_{1i}\,x_i - K_1 = 0 \quad \text{und} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{2j}\,x_j - K_2 = 0$$

gilt.

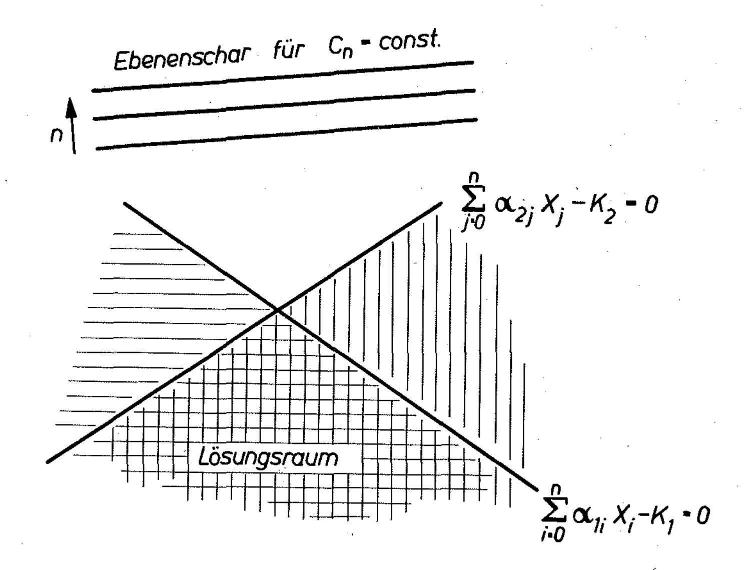


Bild 1: Lösungsraum und Ebenen für C = const

Es ist nicht immer möglich, anzugeben, welches die beiden kritischen Einschränkungen sind. Darin liegt die Notwendigkeit einer Näherungslösung begründet.

1.6

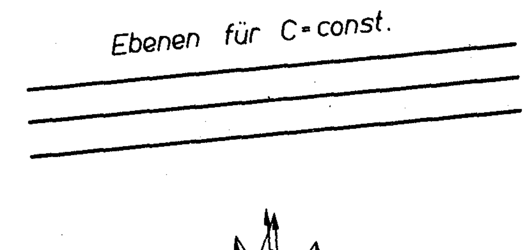
Zu einem außerhalb des Lösungsraums liegenden Vektor $\mathfrak{x}_0$ läßt sich ein normal zur i-ten Grenzebene stehender Normalvektor $k_i\,\mathfrak{N}_i$ addieren, wobei sich ein Vektor $\mathfrak{x}^i$ ergibt in der Weise, daß sämtliche Einschränkungen erfüllt werden. Wenn dies der Fall ist, wird ein Vektor $\mathfrak{N}_c$, der so gerichtet ist, daß C vergrößert wird, zum neuen Vektor addiert.

In Bild 2 ist die Bahnkurve des Lösungsvektors eingezeichnet. Jeder Teilvektor ist normal zur Grenzebene derjenigen Einschränkung, die nicht erfüllt wird. Liegt der Vektor innerhalb des Lösungsraums, dann steht der hinzugefügte Vektor normal zu den Ebenen C = const.

Dieses konvergierende Verfahren endet dann, wenn dem Lösungsvektor ein solcher, normal zur Ebene C = const stehender Vektor angefügt wird, daß dadurch mehr als eine Einschränkung verletzt wird. Dies zeigt an daß, sich der Lösungsvektor in der Nähe des Optimums befindet.

1.7 Fehler der approximierten Lösung.

Bei der Durchführung des vorstehend beschriebenen Verfahrens ist es durchaus möglich, daß das Lösungsverfahren abgebrochen wird, ehe eine optimale Lösung erreicht worden ist. Indessen läßt sich die Größe des



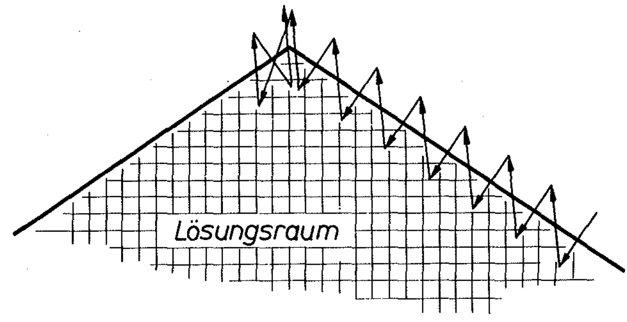


Bild 2: Bahnkurve des Lösungsvektors

hierbei auftretenden Fehlers angeben.
Als Fehlervektor $\mathfrak{F}$ wird derjenige Vektor definiert, der von der tatsächlichen Lösung zum Endpunkt des Lösungsvektors führt. Aus Bild 3 ergibt sich, daß

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{w}_c - \mathfrak{w} \qquad (7)$$

wobei $\mathfrak{w}_c$ den senkrecht zur Ebene C = const stehenden Vektor angibt, und $\mathfrak{w}$ derjenige Vektor ist, der vom Endpunkt des vorletzten Lösungsvektors zur tatsächlichen Lösung führt.
$\mathfrak{F}$ nimmt ein Maximum ein, falls $\mathfrak{w} = \mathfrak{o}$, sodaß $|\mathfrak{F}|_{max} = |\mathfrak{w}_c|$. Man kann daraus schließen, daß die Näherungslösung innerhalb einer n-dimensionalen Kugel vom Radius $|\mathfrak{w}_c|$ liegt. Weiterhin kann gefolgert werden, daß sich jede beliebige Genauigkeit erreichen läßt, wenn $\mathfrak{w}_c$ beeinflußt werden kann. Bei real ausgeführten Systemen ist es zur Erhöhung der Genauigkeit lediglich erforderlich, den normal zur Ebene C = const stehenden Vektor zu verkleinern.

1.8 Konvergenzbeweis.

Es sei ein Lösungsvektor $\mathfrak{x}(P_1)$ angenommen, der gerade außerhalb des Lösungsraums liegt. Dann läßt sich ein Vektor $\mathfrak{w}_i$ addieren in der Weise, daß sämtliche Einschränkungen erfüllt werden. Dem Lösungsalgorithmus

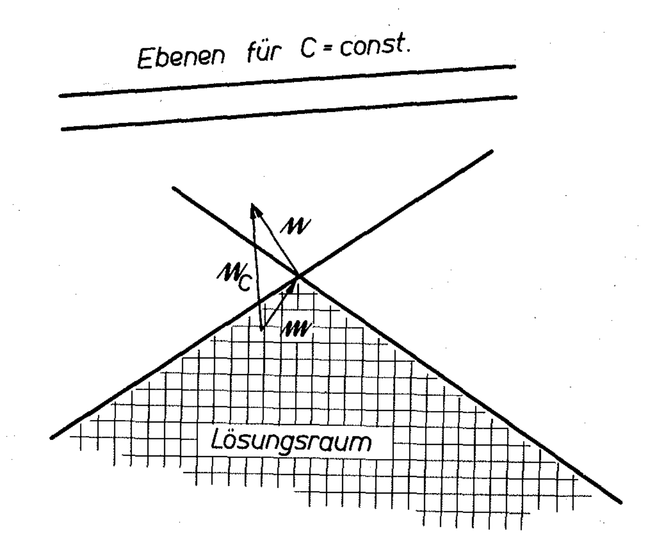


Bild 3: Zur Definition des Fehlers des Verfahrens

entsprechend kann jetzt der Vektor r mal zum Lösungsvektor addiert werden, um den Lösungsvektor aus dem Lösungsraum herauszuführen. Die sich hierbei ergebende Bahnkurve des Lösungsvektors ist in Bild 4 gezeigt.

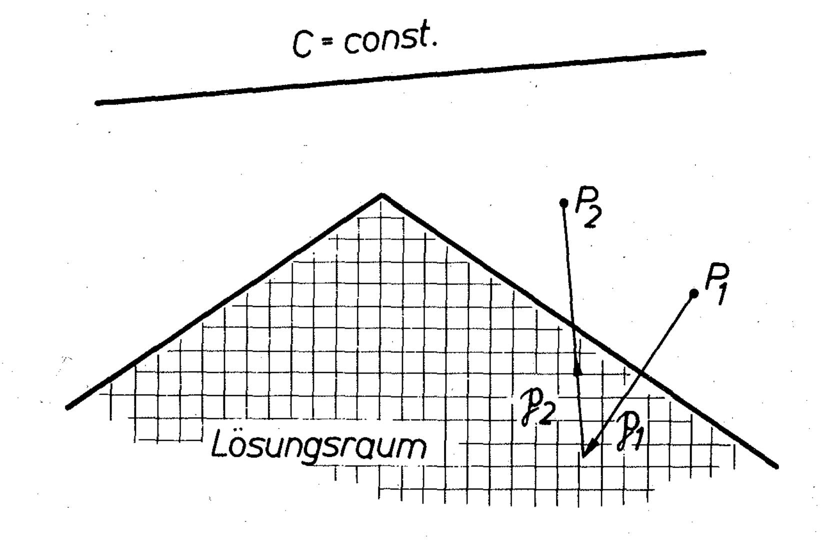


Bild 4: Zur Konvergenz

Offensichtlich ist $|\mathfrak{b}_2| > |\mathfrak{b}_1|$

da nur $\mathfrak{b}_1$ senkrecht zur Ebene C = const verläuft.
Zur Konvergenz des Verfahrens ist notwendig, daß

$$|\mathfrak{b}(P_1)| < |\mathfrak{b}(P_2)|$$

C wird mit jedem Schritt vergrößert, da dieser Vorgang wiederholbar ist in der Weise, daß obige Ungleichung bei jedem Schritt erfüllt bleibt. Folglich wird der Lösungsvektor schließlich ein Gebiet erreichen, in dem das Verfahren abgebrochen werden kann.
Wenn das Verfahren konvergieren soll, muß also erfüllt sein:

$|\mathfrak{b}(P_2)| - |\mathfrak{b}(P_1)| > 0$ oder aber $r\mathfrak{v}\cdot\mathfrak{v} > -\mathfrak{m}_i\mathfrak{v}$

φ sei der Winkel zwischen $\mathfrak{m}_i$ und $\mathfrak{v}$. Dann gilt mit $r|\mathfrak{v}| > |\mathfrak{m}_i|$

auch $r|\mathfrak{v}||\mathfrak{v}| > |\mathfrak{m}_i||\mathfrak{v}|$

und $r|\mathfrak{v}||\mathfrak{v}| > |\mathfrak{m}_i||\mathfrak{v}|\cos\varphi$

also (8) $r\mathfrak{v}\mathfrak{v} > |\mathfrak{m}_i\cdot\mathfrak{v}| \geq -\mathfrak{m}_i\mathfrak{v}$ q.e.d.

2.o Lösung des Problems mit Lernmatrizen.
Um vorstehend dargestelltes Verfahren mit Lernmatrizen realisieren zu können, sind zwei zusätzliche Schaltungen erforderlich.
Es muß erstens eine Schwellenschaltung gegeben sein, die in folgender Weise arbeitet:

$$b=1 \text{ für } a>k$$
$$b=0 \text{ für } a\leq k$$

wobei a den Eingang und b den Ausgang der Schwellenschaltung bezeichnet.
Zweitens muß eine Intergrierschaltung realisiert sein, die der Beziehung $E(t) = \int_0 F(t)\,dt$
folgt und deren Eingang E(t), deren Ausgang F(t) ist.
In der Matrix A werden die Werte der Einschränkungen gespeichert. Sämtliche Zeilen der Matrix A werden mit der Schwellenschaltung verbunden.
In den Verknüpfungselementen der Matrix B ist die Transponierte der Matrix A gespeichert. Matrix B weist eine zusätzliche Spalte auf, deren Verknüpfungselemente einen normal zur Ebene C = const stehenden Vektor darstellen. Die Integrierschaltung ist mit sämtlichen Zeilen der Matrix B verbunden und arbeitet als Addierwerk in der Weise, daß die algebraische Summe aller Vektoren in der Integrierschaltung gespeichert wird.
Die Art der Zusammenschaltung beider Matrizen ist aus Bild 5 ersichtlich.

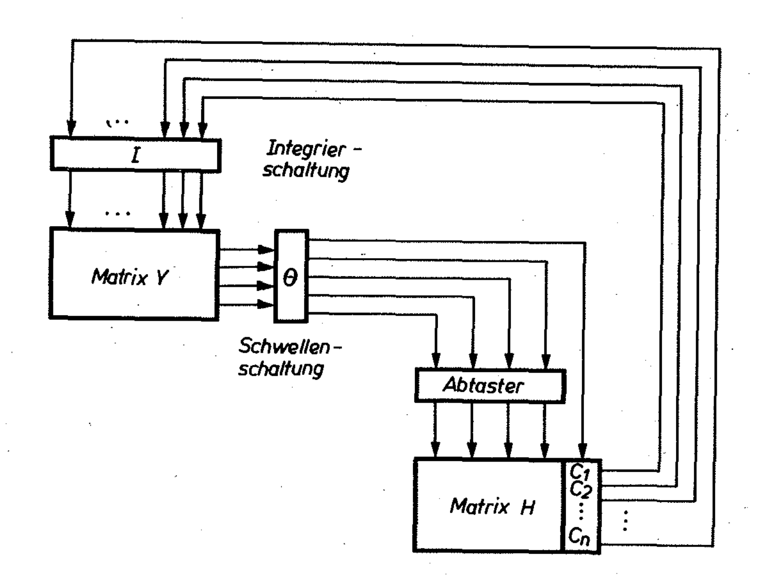


Bild 5: Blockschaldbild zur Lösung eines Systems linearer Ungleichungen

2.1
Der Funktionsablauf folgt nachstehendem Algorithmus:

(1) Es wird die erste Zeile der Matrix A abgetastet. Wenn das Ausgangssignal der Schwellenschaltung b=0 ist, wird der Lösungsvektor nicht verändert, sondern die folgende Zeile abgetastet. Eine Änderung tritt erst dann ein, wenn für eine Zeile die Einschränkung nicht erfüllt ist, sodaß die Schwellenschaltung das Ausgangssignal b=1 für diese Zeile abgibt. Dann erzeugt die Matrix B als Ausgangssignal einen Normalenvektor zu der Grenzebene, die der verletzten Einschränkung entspricht. Mit Hilfe der Integrierschaltung wird dieser Vektor zum Lösungsvektor addiert.

(2) Wenn sämtliche Einschränkungen erfüllt sind, wird der in der zusätzlichen Spalte der Matrix B gespeicherte Normalenvektor der Ebene C = const zum Lösungsvektor addiert und dadurch auch C vergrössert.

(3) Schritt (1) wird wiederholt und sämtliche Einschränkungen werden geprüft. Falls sämtliche Einschränkungen erfüllt sind, wird Schritt

(2) ausgeführt; wird eine Einschränkung nicht erfüllt, folgt Schritt (1). Können mehr als zwei Einschränkungen nicht erfüllt werden, so wird der Vorgang abgebrochen, weil die optimale Näherungslösung gefunden worden ist.

3.0 Lösungsbeispiel.

Das folgende Beispiel /1/ ist ein typisches Problem der Kriegsführung, das Linearprogrammierung involviert. Das in dieser Arbeit beschriebene Lösungsverfahren wurde, auf einem Digitalrechner programmiert, auf das im folgenden zu erläuternde Beispiel angewandt. Die dabei gewonnene Lösung wird abschließend mitgeteilt.

Der Feind produziert Panzer in 4 Fabriken, die in den Städten 1, 2, 3 und 4 liegen. Dem Kommandeur stehen die folgenden Kampfflugzeuge zur Verfügung, deren Flugleistungen in Tabelle 1 zusammengestellt sind.

Tabelle 1

	Anzahl	rel. Benzinverbrauch
schwere Bomber	48	2 (Wegstrecke pro Benzineinheit)
leichte Bomber	32	3

Weiterhin beläuft sich der Benzinvorrat auf 48 000 Einheiten. Man kennt aus früheren Einsätzen die Ergebnisse, die jeder Bomber bei Angriffen auf die Ziele 1, 2, 3 und 4 erreichte, und weiterhin die Entfernung der einzelnen Ziele vom Flugplatz (Tabelle 2).

Tabelle 2

Ziel	Entfernung	Wahrscheinlichkeit der Zerstörung durch schwere Bomber	Wahrscheinlichkeit der Zerstörung durch leichte Bomber
1	450	0,1	0,08
2	480	0,2	0,16
3	540	0,15	0,12
4	600	0,25	0,2

Es ist für jeden Bomber erforderlich, wenigstens so viel Benzin mitzuführen, daß er das Ziel erreichen und mit einer Reserve von 100 Einheiten zurückkehren kann. In welcher Weise sollen die Bomber eingesetzt werden, um größtmögliche Vernichtung zu erzielen?

Die Einschränkungen lassen sich wie folgt formulieren:

x_{ij} sei ein Bomber des Typs i, der das Ziel j anfliegt. Aus Tabelle 1 läßt sich entnehmen, daß gilt:

Einschränkung 1: $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \quad 48$, weil nur über 48 schwere Bomber verfügt wird. In gleicher Weise ergibt sich:

Einschränkung 2: $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \quad 32$.

Aus den Angaben über den Benzinverbrauch folgt:

Einschränkung 3: $500x_{11} + 580x_{12} + 640x_{13} + 700x_{14} + 400x_{21} + 420x_{22} + 460x_{23} + 500x_{24} \quad 48\,000$

Um die Wahrscheinlichkeit der Zerstörung wenigstens einer der Fabriken angeben zu können, muß man zunächst die Wahrscheinlichkeit q, mit der die Ziele nicht zerstört werden, berechnen und das Minimum von q suchen.

$$q = (1-0,1)x_{11} \cdot (1-0,2)x_{12} \cdot (1-0,15)x_{13} \cdot (1-0,25)x_{14} \cdot (1-0,08)x_{21} \cdot (1-0,16)x_{22} \cdot (1-0,12)x_{23} \cdot (1-0,26)x_{24} \cdot$$

Dieser Ausdruck für q ist nichtlinear, indessen ist log q linear. Minimisierung von q ist gleichbedeutend mit der Maximisierung von log 1/q, womit das Kriterium für die optimale Lösung des Problems wird:

$$\log 1/q = 0,0475x_{11} + 0,0969x_{12} + 0,0704x_{13} + 0,01248x_{14} + 0,03623x_{21} + 0,06558x_{22} + 0,05538x_{23} + 0,0969x_{24}$$

Dieses Problem wird durch 3 Einschränkungen und durch ein Kriterium für das Optimum gekennzeichnet. Es liegen 8 Unbekannte vor, nämlich die Anzahl der für die vier Ziele eingesetzten Bomber zweierlei Typs.

3.1 Simulationsprogramm.

Dieses Problem wurde mit Hilfes eines Simulationsprogrammes für das in Bild 5 dargestellte System gelöst. Lernmatrix A verfügt über 8 Spalten und 3 Zeilen, wobei die Spalten den 8 Unbekannten entsprechen. Jede Zeile repräsentiert eine Einschränkung. Die Matrix B besteht aus 4 Spalten und 8 Zeilen. Hier stellen die Spalten 1 bis 3 je einen normal zu einer der 3 Grenzflächen im Lösungsraum stehenden Vektor dar, die vierte Spalte den Normalenvektor zur Ebene C = const. Die Zeilen bilden die 8 Komponenten des Normalenvektors; sie werden zu den Spalten der Matrix A rückgekoppelt.

Das Simulationsprogramm ergibt als Lösung des Problems:

Ziel	1	2	3	4
schwere Bomber	6	13	1o	17
leichte Bomber	4	8	6	12

(Die Werte wurden abgerundet, weil das Ergebnis ganzzahlig sein muß.)

3.2 Vorteile der Anwendung von Lernmatrizen.
Für das vorstehend besprochene Beispiel war kennzeichend, daß die Koeffizienten konstant waren, daß also keine Notwendigkeit für variable Verknüpfungselemente in beiden Lernmatrizen besteht. Manche Probleme erfordern indessen zusätzliche Schritte. Man kann sich beispielsweise einen solchen Prozess vorstellen in dem für die Lösung die Kenntnis vorangegangener Lösungen wichtig ist. So ist es denkbar, daß in obigem Beispiel das Ziel 2 durch Wolken verdeckt ist und eine schnelle Entscheidung darüber erforderlich wird, in welcher Weise die Bomber neu auf die Angriffsziele verteilt werden sollen. Hierbei könnte eine weitere Einschränkung eintreten in der Weise, daß aus Gründen des gegebenen Benzinvorrats die Bomber keine Ziele anfliegen können, die vom Flugplatz weiter entfernt liegen als das ursprüngliche Ziel.
Die Anwendung von Lernmatrizen bietet den wesentlichen Vorteil, daß die Verknüpfungselemente sowohl zur Speicherung als auch zur Berechnung benutzt werden. Es lassen sich die Ergebnisse einer Lösung in einer Zeile speichern und zur Berechnung weiterer Lösungen heranziehen.

Literaturverzeichnis

/1/ Frank, H.: Über einen abstrakten Perzeptionsbegriff. Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaften 2 (1961), 3

/2/ Müller, P.: Klassen und Eigenschaften von Lernmatrizen. In: Progress in Brain Research. Proc. of the 2nd Int. Congress on Cybernetic Medicine Amsterdam 1962 (Im Druck).

/3/ Müller, P.: Nichtbinäre Lernmatrizen. In: Kybernetik und Organisation Schnelle Verlag, Quickborn (1963)

/4/ Sasieni, M.: Yaspan, A. Friedman, L. Operations Research - Methods and Problems. J. Wiley, New York (1959)

/5/ Steinbuch, K.: Frank, H. Die nichtdigitale Lernmatrix als Perzeptor. Kybernetik 1 (1961), 3

(Eingegangen am 30.4.1963)

STANDARDWERK DER TECHNISCHEN NACHRICHTENVERARBEITUNG

besprochen von Helmar Frank (Waiblingen), Karlsruhe

K.Steinbuch (Hsg.): Taschenbuch der Nachrichtenverarbeitung. Springer, Heidelberg, 1962. 1521 S., 1295 Abb. (47 Autoren)

Nur dreimal taucht nach der Angabe des Sachwortverzeichnisses der Begriff "Kybernetik" in diesem umfassenden Sammelwerk auf, und zwar erstmals auf S. 1419. Es wäre jedoch verfehlt daraus zu schließen, diese Neuerscheinung sei nicht in die kybernetische Literatur einzureihen, sie nimmt innerhalb dieser im Gegenteil einen erstrangigen Platz ein. Andererseits ist das Taschenbuch der Nachrichtenverarbeitung natürlich kein "Taschenbuch der Kybernetik", sondern gibt breiten Raum auch der Theorie elektrischer Schaltvorgänge (O.Schäfer), den Bauelementen und Baugruppen nachrichtenverarbeitender Systeme, nämlich Röhren (E.Schaaff), Halbleiterdioden und Transistoren (F. Weitzsch), magnetische Bauelemente (O. Eckert), Wandler (H.Kazmierczak), Stromversorgungsgeräte (O. Lörcher), ferner der Theorie der Schaltkreise (K.Sobotta, H.-J.Dreyer, Th.Einsele, H.Billing und A.Rüdiger), der Speichertechnik (H.Billing, W.Anacker, H.Zschekel und H.Oehlmann) und der Dokumentenbeförderungstechnik (W. Grieger).

Den Gegenstandbereich der Kybernetik (jedenfalls in dem Sinne, in dem dieses Wort in den GrKG verstanden wird) betreffen jedoch zweifellos die Kapitel über Ein- und Ausgabevorrichtungen nachrichtenverarbeitender Systeme (A.Stecher, K.Sobotta, S.Voelcker, G.Glombitza, G.Mehlhose, G.Stütz, M.Preisinger, W.Krägeloh, K.Bauer), Übertragungstechnik (J.Erben, L.Jakob, K.Schüssler, H.H.Voss und E.Weber), Regelungstechnik (O.Schäfer und H. Kaufmann) und vor allem jene über nachrichtenverarbeitende Systeme und deren Programmierung (W.Händler, R.Piloty, E.Kettel, G.Meyer-Brötz, K. J.Lesemann, W.Simon, M.Woitschach, H.G.Körner, G.Liske und H.Bottenbruch).

Mehrere Kapitel berühren insbesondere die Grenzgebiete zwischen Kybernetik und Geisteswissenschaften und seien deshalb an dieser Stelle besonders hervorgehoben.

W. de Beauclair gibt auf 39 eng bedruckten Seiten einen gedrängten, durch Abbildungen und Tabellen übersichtlich und einprägsam gestalteten Abriß

der geschichtlichen Entwicklung. Er macht deutlich, welch ein gewaltiger Fortschritt in der Geschichte der Rechengeräte die Einführung des arabischen Ziffernsystems durch Adam Riese u.a. bedeutete, "als Vorschuß und Hoffnung auf eine allgemeine, weltweit verständliche Schrift auch für alphabetische Informationen, auf die wir wohl noch lange zu warten haben werden".

Fast dreihundert alphabetisch geordnete Hauptbegriffe der Nachrichtenverarbeitungstechnik erläutert S.W.Wagner im Kapitel "Begriffsbestimmungen". Die entsprechenden englischen Fachtermini sind in Klammern beigefügt. Der Rezensent erlaubt sich die Anregung, in der nächsten Auflage auch die entsprechenden französischen und russischen Ausdrücke beizufügen, da sie im deutschen Sprachgebiet meist viel weniger bekannt sind als die englischen.

Einen knappen Abriß der Informationstheorie und einen ausgezeichneten Überblick über die Codierungstheorie bietet der Beitrag von E.R.Berger: "Nachrichtentheorie und Codierung". Klar und inhaltsreich ist auch die anschließende Einführung von H.Zemanek in die "Logische Algebra und Theorie der Schaltnetzwerke", in der neben der Darstellung des Aussagenkalküls und seiner technischen Realisierungen auch die Zeitreihen und die darauf anwendbaren sequentiellen Funktionen berücksichtigt sind.

Ein kybernetisch besonders interessantes Problem ist die Kommunikation zwischen Mensch und Maschine. Inwieweit können die "natürlichen" zwischenmenschlichen Kommunikationsmittel, Sprache und Schrift, auch zur Nachrichtenübertragung zwischen Mensch und Maschine beibehalten werden? Den drei hier vorliegenden Problemkomplexen: automatisches Erkennen von Schriftzeichen, automatisches Erkennen gesprochener Sprache und automatische Erzeugung von Sprache gilt je ein aufschlußreiches Kapitel von K.Steinbuch (Zeichenerkennung) und W.Meyer-Eppler (Spracherkennung und Sprachsynthese).

Erst in den beiden Schlußkapiteln von H.Zemanek ("Lernende Automaten") und K.Küpfmüller ("Nachrichtenverarbeitung im Menschen") taucht am Rande die Bezeichnung "Kybernetik" auf, und in der Tat kommen hier Probleme, Tatsachen und Lösungen zur Sprache, deren Zugehörigkeit zur Kybernetik bei jeder gängigen Definition dieses Begriffs unbestreitbar ist. So vergleicht Zemanek biologische und technische Bauweise, gedankliche und technische Modelle, Formen menschlichen Lernens und Typen lernender Automaten. In diesem hochinteressanten Beitrag finden sich auch Abschnitte über Lehrmaschinen, komponierende und spielende Automaten sowie über selbstorganisierende Systeme. Das Schlußkapitel endlich behandelt einen

Themenkreis, der bereits den Rahmen eines Taschenbuches der technischen Nachrichtenverarbeitung überschreitet. Es ist daher kurz gehalten und beschränkt sich in jedem Abschnitt auf wenige interessante Sachverhalte oder Theorien, so beim Gedächtnis im wesentlichen auf die Förstersche Theorie, bei den informationstheoretisch untersuchten Bewußtseinserscheinungen hauptsächlich auf den Versuch von Miller, Bruner und Postman. -

Insgesamt ein für jeden Kybernetiker unentbehrliches, für manchen Geisteswissenschaftler anregendes Buch! -

(Eingegangen am 22.1.1963)

ÜBER DEN INFORMATIONSGEHALT DER LAUTE IN DER DEUTSCHEN SPRACHE.

von Helmar Frank (Waiblingen), Dietrich Klugmann und Siegfried Wendt, Karlsruhe

Zu verschiedenen Zwecken, insbesondere für solche der Kryptographie und der Stenographie, wurden schon verschiedentlich anhand eines mehr oder weniger umfangreichen deutschsprachigen Textmaterials die Häufigkeiten von Buchstaben und Buchstabenfolgen ermittelt (vgl. insbesondere Kaeding, 1897, Teil 2!). Aus der Häufigkeitsverteilung der Buchstaben deutscher Texte wurden auch bereits informationstheoretische Zahlenwerte abgeleitet (vgl. z.B. Zemanek, 1959). Dagegen liegen bisher noch fast keine derartigen Untersuchungen für das Repertoire der Laute vor; auch die "Statistik der Laute", die Kaeding (1897, S. 631-643) angibt, kann nicht als solche gelten, da sie durch weitgehende Berücksichtigung orthographischer statt aussprachemäßiger Normungen verfälscht ist.

Zur Schließung dieser Lücke wurde im Maschinencode der elektronischen Rechenanlage ER 56 (Type 1) der TH Karlsruhe ein Textanalysenprogramm mit 1248 Befehlen geschaffen. Über das Programm selbst, das auch bei anderen Problemstellungen eingesetzt werden kann (z.B. zum Test von Programmen für die Erzeugung von Pseudozufallszahlen, zur Ermittlung von Transinformationswerten in experimentalpsychologischen Testserien, etc.), wird an anderer Stelle berichtet (Klugmann und Wendt, 1963). Das Programm sollte (im hier zu erörternden Anwendungsfall) in einem vorgegebenen Text die absoluten und relativen Häufigkeiten der darin auftretenden (durch den Fernschreibcode verschlüsselten) Einzelzeichen (Buchstaben, Ziffern, Satzzeichen, Wortzwischenraum u.a.) und die absoluten, relativen und bedingten Häufigkeiten zweier und dreier aufeinanderfolgender solcher Zeichen ermitteln und ausdrucken lassen, ferner die Einzelzeichen, Digramme und Trigramme nach fallender Häufigkeit ord-

nen und in dieser Reihenfolge ausdrucken lassen und schließlich den mittleren Informationsgehalt H (Z) eines Zeichens sowie den bedingten mittleren Informationsgehalt H_Y (Z) bzw. H_{XY} (Z) bei Kenntnis von einem bzw. zwei Vorgängen unter Zugrundelegung des gegebenen Textes ermitteln.

Als Text kam nur ein Lautschrifttext genügender Länge in Frage, wobei die Art der Lautschrift keine Rolle spielte, da sie in das Repertoire des Fernschreibers umcodiert werden konnte. Im Falle der "Technischen Lautschrift des Deutschen" (TLD) machte dies besonders wenig Arbeit, und ausserdem standen Texte genügender Länge zur Verfügung (aus Alsleben et al., 1963). Es wurden daher die in "voller TLD" gedruckten Texte von Frank, Steinbuch, Lüdtke und Alsleben sowie das Verlagsvorwort aneinandergefügt, was einen "Mischtext" der Länge N = 79129 Zeichen ergab, von denen 11609 keine Lautzeichen (sondern Wortzwischenräume, Satzzeichen usf.) darstellen. Bei der Beurteilung der Ergebnisse muss berücksichtigt werden, daß die TLD einige feine Lautunterscheidungen, insbesondere die offene bzw. geschlossene Aussprache des I, Ü und U, nicht trifft.

Tabelle 1 enthält die aus diesem Mischtext gewonnenen relativen Häufigkeiten der Laute; Tabelle 2 die relativen Häufigkeiten der 50 häufigsten Digramme; Tabelle 3 die entsprechenden Werte für die Trigramme.

Der Aufbau des Programms ermöglichte es, die Zahl der schon gefundenen Kombinationen in Abhängigkeit von der Länge des untersuchten Anfangsstücks des Textes zu registrieren (Bild 1). Nur ein Bruchteil der 1444 Digramme und 54872 Trigramme, die kombinatorisch aus den 38 im Text vorkommenden Einzelzeichen erzeugbar sind, treten im Mischtext tatsächlich auf.

Die Bestimmung der Informationswerte ist insofern problematisch, als dabei eine konstante Wahrscheinlichkeitsverteilung bei der Zeichenquelle vorausgesetzt werden muss, damit die absoluten und bedingten Wahrschein-

tabelle 1: relative häufigkeiten der einzelzeichen
(vgl. damit die anhand eines kurzen teiltextes gewonnenen ergebnisse von gunzenhäuser, 1963)

z(r)	r	h(r)	z(r)	r	h(r)
✤	1	0,13574 $_{10}$+00	z	20	0,14799 $_{10}$-01
n	2	0,78669 $_{10}$-01	g	21	0,14710 $_{10}$-01
a	3	0,72173 $_{10}$-01	w	22	0,13408 $_{10}$-01
j	4	0,71440 $_{10}$-01	k	23	0,13307 $_{10}$-01
t	5	0,68976 $_{10}$-01	v	24	0,11778 $_{10}$-01
i	6	0,66246 $_{10}$-01	ü (5)	25	0,10085 $_{10}$-01
r	7	0,62960 $_{10}$-01	p	26	0,97309 $_{10}$-02
e	8	0,50917 $_{10}$-01	q	27	0,73930 $_{10}$-02
s	9	0,36826 $_{10}$-01	.	28	0,68622 $_{10}$-02
d	10	0,35183 $_{10}$-01	ö (4)	29	0,53078 $_{10}$-02
l	11	0,27070 $_{10}$-01	h	30	0,43473 $_{10}$-02
u	12	0,25996 $_{10}$-01	' (7)	31	0,30836 $_{10}$-02
o	13	0,25768 $_{10}$-01	,	32	0,18704 $_{10}$-02
ä (3)	14	0,25465 $_{10}$-01	*	33	0,16808 $_{10}$-02
f	15	0,22773 $_{10}$-01	y	34	0,10236 $_{10}$-02
c	16	0,21092 $_{10}$-01	:	35	0,15165 $_{10}$-03
x	17	0,20195 $_{10}$-01	ç (6)	36	0,10110 $_{10}$-03
m	18	0,17768 $_{10}$-01	ş (2)	37	0,10110 $_{10}$-03
b	19	0,14887 $_{10}$-01	ā (8)	38	0,63188 $_{10}$-04

zeichenerklärung: ✤ = wortzwischenraum, (7) = vokalneueinsatz
* = neuer absatz, (2) = nasallaut, ausser a. einige laute mussten verschlüsselt werden. die dazu verwendeten dezimalziffern sind in klammern jeweilsangegeben.

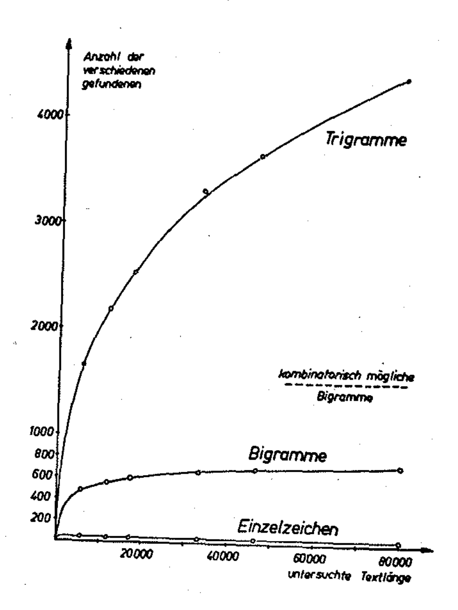


Bild 1: Anzahl der nach Auswertung eines Anfangsstücks der Länge N schon gefundenen, verschiedenen Paare und Trippel aufeinanderfolgender Zeichen.

tabelle 2: relative häufigkeiten der digramme.(jedes individuelle einzelzeichen fungiert in zwei digrammen:als erstes zeichen des einen und als zweites zeichen des anderen.betrachtet man den gesamten mischtext als zyklisch,das heisst: fügt man den anfang unmittelbar am ende wieder. an, dann ist die gesamtzahl der zu zählenden digramme gleich der gesamtzahl der einzelzeichen.)

d(r)	r	h(r)
n#	1	0,31329 ⏨-01
jn	2	0,30330 ⏨-01
#d	3	0,22508 ⏨-01
ae	4	0,19536 ⏨-01
t#	5	0,19234 ⏨-01
r#	6	0,16909 ⏨-01
#a	7	0,15216 ⏨-01
j#	8	0,14609 ⏨-01
jr	9	0,13762 ⏨-01
ts	10	0,13611 ⏨-01
s#	11	0,12006 ⏨-01
ii	12	0,11993 ⏨-01
nt	13	0,11829 ⏨-01
#f	14	0,11273 ⏨-01
aa	15	0,11108 ⏨-01
ee	16	0,10957 ⏨-01
tj	17	0,10628 ⏨-01
en	18	0,94024 ⏨-02
#t	19	0,91875 ⏨-02
er	20	0,89474 ⏨-02
dj	21	0,89221 ⏨-02
ix	22	0,84166 ⏨-02
gj	23	0,78985 ⏨-02
#i	24	0,78606 ⏨-02
de	25	0,76837 ⏨-02
nj	26	0,74815 ⏨-02
bj	27	0,74435 ⏨-02
di	28	0,74183 ⏨-02
ra	29	0,74056 ⏨-02
#z	30	0,71782 ⏨-02
#w	31	0,71276 ⏨-02
in	32	0,70771 ⏨-02
i#	33	0,70391 ⏨-02
är (3r)	34	0,70139 ⏨-02
oo	35	0,69760 ⏨-02
ao	36	0,67864 ⏨-02
un	37	0,66347 ⏨-02
#b	38	0,65463 ⏨-02
#c	39	0,61545 ⏨-02
#u	40	0,59523 ⏨-02
x#	41	0,58891 ⏨-02
an	42	0,58512 ⏨-02
st	43	0,57627 ⏨-02
al	44	0,56490 ⏨-02
#m	45	0,54721 ⏨-02
xj	46	0,54342 ⏨-02
ri	47	0,53963 ⏨-02
uq	48	0,53078 ⏨-02
li	49	0,52699 ⏨-02
.#	50	0,51814 ⏨-02

tabelle 3: relative häufigkeiten der trigramme.(die anmerkung zu tabelle 2 gilt sinngemäss auch für diese tabelle.)

t(r)	r	h(r)
jn#	1	0,20359 ⏨-01
#de	2	0,75446 ⏨-02
aen	3	0,71655 ⏨-02
jr#	4	0,71150 ⏨-02
#di	5	0,67106 ⏨-02
er#	6	0,61798 ⏨-02
#ts	7	0,60408 ⏨-02
nt#	8	0,55985 ⏨-02
#un	9	0,52952 ⏨-02
tjn	10	0,50929 ⏨-02
der	11	0,49792 ⏨-02
unt	12	0,49287 ⏨-02
#ae	13	0,48276 ⏨-02
n#d	14	0,48023 ⏨-02
#ao	15	0,44358 ⏨-02
di#	16	0,43221 ⏨-02
tsu	17	0,38418 ⏨-02
t#d	18	0,37786 ⏨-02
#da	19	0,37786 ⏨-02
aet	20	0,37660 ⏨-02
eer	21	0,37554 ⏨-02
djr	22	0,37281 ⏨-02
ndj	23	0,35764 ⏨-02
enj	24	0,35385 ⏨-02
fär(f3r)	25	0,35259 ⏨-02
icj	26	0,35133 ⏨-02
#in	27	0,34501 ⏨-02
#fä(#f3)	28	0,33490 ⏨-02
n#a	29	0,32984 ⏨-02
lix	30	0,32858 ⏨-02
#zi	31	0,31468 ⏨-02
djn	32	0,31088 ⏨-02
uq#	33	0,29825 ⏨-02
cjn	34	0,29446 ⏨-02
ix#	35	0,29319 ⏨-02
in#	36	0,29066 ⏨-02
njn	37	0,28940 ⏨-02
tsi	38	0,28308 ⏨-02
#hj	39	0,28055 ⏨-02
ixt	40	0,27550 ⏨-02
raa	41	0,27424 ⏨-02
rif	42	0,27297 ⏨-02
xjn	43	0,26665 ⏨-02
cri	44	0,26665 ⏨-02
ift	45	0,25654 ⏨-02
cpr	46	0,25654 ⏨-02
iir	47	0,25275 ⏨-02
gjn	48	0,25149 ⏨-02
#fv	49	0,25149 ⏨-02
ii#	50	0,25022 ⏨-02

lichkeiten der Zeichen, aus denen sich deren mittlere und mittlere bedingte Information nach den Shannonschen Beziehungen (1949) berechnen läßt, bei genügender Textlänge durch die entsprechenden relativen Häufigkeiten ersetzbar sind. Diese Voraussetzung ist bei der natürlichen Sprache hinsichtlich des Repertoires der Laute sicher nur in erster Näherung erfüllt. Macht man sie dennoch, dann erhält man aufgrund des untersuchten TLD-Mischtextes

$$H\ (Z) = 4,4681 \text{ bit/Zeichen}$$
$$H_Y\ (Z) = 3,3772 \text{ bit/Zeichen}$$
$$H_{XY}(Z) = 2,4638 \text{ bit/Zeichen}\ .$$

Die beiden ersten Werte liegen um 5 bis 7 % höher als bei orthographischen Texten. In Bild 2 ist das Entstehen dieser Zahlen als Funktion der Länge des schon ausgewerteten Teils des Textes analog zu Bild 1 dargestellt. Offensichtlich erreichen H(Z) und $H_Y(Z)$ bei der verfügbaren Textlänge bereits ihren Sättigungswert, während dies für $H_{XY}(Z)$ zweifelhaft ist.

Grundsätzlich kann aber $H_{XY}(Z)$ auch bei Zugrundelegung einer ausreichenden Textlänge nur als eine "Abschätzung nach oben" für die mittlere Information pro Laut in deutschen Texten gelten, da der errechnete Wert nach einem Satz der Informationstheorie bei Berücksichtigung von mehr als zwei Vorgängerzeichen nur gleichbleiben oder kleiner werden kann. Im Vergleich mit einem auf dasselbe Material angewandten indirekten Verfahren (vgl. Bürmann, Frank und Lorenz, 1963), das auf weniger als 2 bit/Zeichen führte, ist die durch das Textanalyseprogramm geleistete direkte Abschätzung wesentlich weniger scharf, dafür jedoch von sehr viel weniger Voraussetzungen abhängig. Eine Verschärfung der Abschätzung durch unmittelbare Berücksichtigung der Abhängigkeit der Zeichenhäufigkeiten von mehr als zwei Vorgängern ist mit Rücksicht auf die Speicherkapazität der vorhandenen Anlage kaum mehr möglich. Dagegen ist beabsichtigt, den Einfluß weiter zurückliegender Zeichen dadurch zu berücksichtigen, daß durch ein sehr einfaches Programm der "Mischtext" in "vereinfachte TLD" transkribiert wird, was ohne Informationsverlust (vgl. die Leseproben in Alsleben et al., 1963) das Zeichenrepertoire um

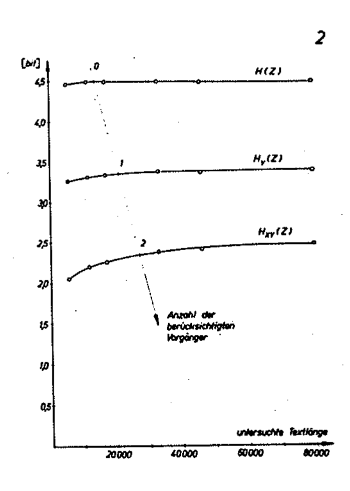
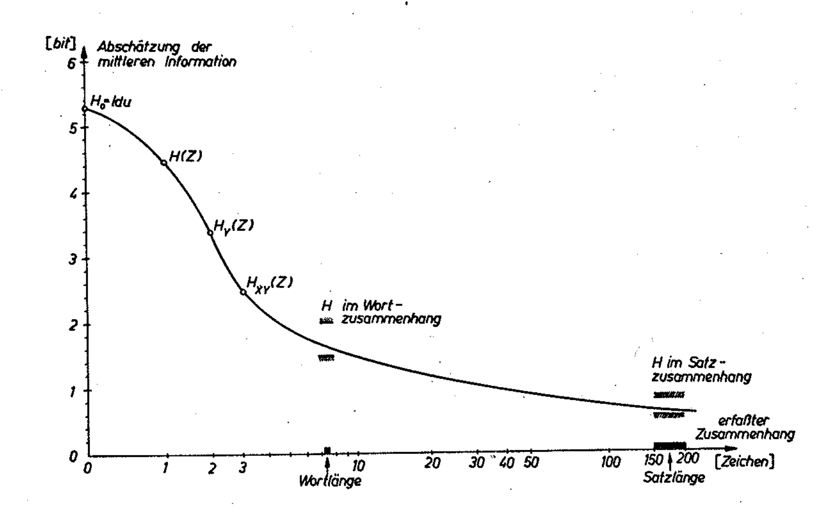


Bild 2: Die berechneten mittleren und mittleren bedingten Informationswerte als Funktion der Länge des untersuchten Textes. Für H_{XY} (Z) ist N ≈ 80000 möglicherweise zu klein.

Bild 3: Ergebnisse über den Informationsgehalt eines Zeichens in Lautschrifttexten in Abhängigkeit von der Zahl L der jeweils berücksichtigten, aufeinanderfolgenden Zeichen. (Werte für L > 3 nach Bürmann, Frank und Lorenz, 1963, und Frank, 1962).



5 Zeichen mit der Häufigkeit von zusammen 10,1 % verringert; dies wirkt sich mit Sicherheit auf H(Z), H_Y(Z) und H_{XY}(Z) aus. Vorbereitende Untersuchungen ergaben schließlich, daß man bei Ausnutzung auch der Satzredundanz ohne Informationsverlust sogar noch über die vereinfachte TLD hinaus zu einer Einfachstlautschrift übergehen könnte, bei welcher Ä und Ö durch E, Ü durch I, X durch C (oder K), B durch P, D durch T und G durch K ersetzt und ansonsten die vereinfachte TLD beibehalten wird. Auch diese Transkription kann bequem maschinell durchgeführt werden und dürfte eine weitere Verbesserung der Abschätzung mit dem vorhandenen Textanalyseprogramm bringen. Es ist jedoch selbst dann nicht anzunehmen , daß auch die in Bild 3 zum Vergleich eingetragenen Resultate anderer indirekter Abschätzungsmethoden nach dem beschriebenen, nächstliegenden Verfahren verbessert werden können. -

Schrifttumsverzeichnis:

ALSLEBEN, Kurt, ENDRES, Werner et al.: Sprache und Schrift im Zeitalter der Kybernetik.
Verlag Schnelle, Quickborn, 1963, 108 S.

BÜRMANN, Günter, FRANK, Helmar und LORENZ, Lothar: Informationstheoretische Untersuchungen über Rang und Länge deutscher Wörter. GrKG, Bd. 4 Nr. 3/4, 1963

FRANK, Helmar: Kybernetische Grundlagen der Pädagogik. Eine Einführung in die Informationspsychologie.
Agis-Verlag, Baden-Baden und Gauthier Villars, Paris, 1962, 175 S.

GUNZENHÄUSER, Rul: aenige ctatistice märkmaale der TLD im färglaex tsur dvötcen criftcpraaxe. in: Alsleben et al., Sprache und Schrift im Zeitalter der Kybernetik.
Verlag Schnelle, Quickborn, 1963
S. 149-158

KAEDIG, Friedrich Wilhelm: Häufigkeitswörterbuch der deutschen Sprache.
1. Teil: Wort- und Silbenzählungen S. 1 - 502
2. Teil: Buchstabenzählungen (S. 503-671)
Selbstverlag des Herausgebers
Steglitz bei Berlin, 1897, 671S.

Schrifttumsverzeichnis Fortsetzung

KLUGMANN, Dietrich und WENDT, Siegfried:
Untersuchungen über die mittlere Information und die mittlere bedingte Information etc.
Karlsruhe, 1963 (Manuskript)

SHANNON, Claude E.: The mathematical theory of communication.
In: Shannon-Weaver: The mathematical theory of communication
University of Illionis Press Urbana, 1949, S. 3-91

ZEMANEK, Heinz: Elementare Informationstheorie
R. Oldenbourg, Wien u. München 1959
120 S.

Eingegangen am 4. 10. 1963

INFORMATIONSTHEORETISCHE UNTERSUCHUNGEN ÜBER RANG UND LÄNGE DEUTSCHER WÖRTER

von Günter B ü r m a n n Helmar F r a n k (Waiblingen)
und Lothar L o r e n z , Karlsruhe.

§ 1. Theoretisches Modell des sprachlichen Codes

Die gesprochene Sprache kann als Folge von Zeichen verstanden werden, wobei diese je nach Betrachtungsstufe einem von mindestens drei verschiedenen Zeichenvorräten entnommen sind: dem der Laute, der Wörter oder der Sätze. Wir beschränken uns hier auf eine Betrachtung der beiden ersten Repertoires und gehen (vereinfachend) davon aus, daß den Wörtern, nicht aber schon den Lauten, eine semantische Funktion zukommt. Die gesprochene Sprache kann dann näherungsweise als eine folgenden fünf Prinzipien genügende Verschlüsselung eines semantischen Gehalts aufgefaßt werden:

1) Das Repertoire der Laute ist endlich.
2) Wörter sind endliche Folgen von Lauten.
(Bei diesen beiden ersten Ansätzen wird vernachlässigt, daß auch durch nichtdigitale Parameter - wie Lautstärke und Tonfall - Information übertragen wird. Erfaßt wird von der sprachlichen Information also nur das, was davon nach Niederschrift, genauer: nach lautschriftlicher Fixierung, noch erhalten bleibt. Das heißt: Die Sprache wird nach den beiden ersten Prinzipien als ein C o d e d.h. als eine d i g i t a l e Nachrichtenverschlüsselung aufgefaßt.)

3) Die Wörter werden nicht alle mit gleicher Häufigkeit benützt.
4) Nicht jede kombinatorisch mögliche Lautfolge ist ein Wort, vielmehr müssen die Wörter (a) aussprechbar und (b) so "störungssicher" sein, daß die Ersetzung eines Lauts im Wort durch einen anderen mit mög-

lichst geringer Wahrscheinlichkeit ein anderes Wort des Wortschatzes erzeugt.

5) Der Erwartungswert der Wortlänge (d.h. die durchschnittliche, durch die relativen Worthäufigkeiten gewichtete Wortlänge) ist möglichst klein.

Soll mit Sicherheit verhindert werden, daß die Verfälschung eines Wortes durch zu starke Störung (Verstümmelung) das richtige Verständnis des folgenden Wortes gefährdet, dann gibt es zwei Möglichkeiten:

a) alle Wörter haben dieselbe "Länge", d.h. bestehen aus gleich viel (Wort-) Unterzeichen;

b) eines der ζ verschiedenen Unterzeichen der Wortzeichen wird als Worttrennungszeichen ("Zwischenraum") verwendet. (Nur die restlichen $z = \zeta - 1$ Unterzeichen werden dann "Laute" genannt.)

Bei stark verschiedenen Worthäufigkeiten führt das Verfahren (b) auch dann auf eine kürzere mittlere Wortlänge (d.h. auf einen kleineren Erwartungswert derselben) als Verfahren (a), wenn der Zwischenraum mitgezählt wird (so daß die Wortlänge um 1 größer wäre als die Lautzahl, d.h. das Wort KOPF hätte die Länge 5). Man bestätigt dies schon am Beispiel eines nach fallender Häufigkeit (in sogenannter "Rangfolge") geordneten Wortschates von 1024 Wörtern bei $\zeta = 4$ verschiedenen Unterzeichen ($z = 3$ Lauten) mit der (ungefähr der Beziehung von B. Mandelbrot, 1957, folgenden) Häufigkeitsverteilung $h_1 = h_2 = c/3$, $h_r = c/r$ für $3 \leq r \leq 1024$ (c berechnet sich aus $\sum h_r = 1$ zu etwa 0,15). Die mittlere Wortlänge ist in diesem Falle nach dem ersten Verfahren 5, nach dem zweiten Verfahren nur etwa 4,5 obwohl das zweite Verfahren Wörter (allerdings die seltensten!) mit bis zu 6 Lauten, also bis zu 7 Wortunterzeichen liefert!

Sucht man nämlich ohne Berücksichtigung des vierten Prinzips nach dem Verfahren (b) die Wörter so aus Lauten zu konstruieren, daß die mittleren "Kosten" (so nennt Mandelbrot die mittlere Wortlänge) minimal werden, dann wird man die z rangniedrigsten (häufigsten) Wörter als 1-Laut-Wörter, die z folgenden Wörter als 2-Laut-Wörter usf. konstruieren.

Bis zur maximalen Wortlänge L kann damit ein Repertoire von

$$(1) \qquad \sum_{\ell=1}^{L} z^{\ell} = z \cdot \frac{z^{L}-1}{z-1} \equiv r$$

Wörtern erzeugt werden; r bezeichnet dabei zugleich den Rang des seltensten dieser Wörter (vgl. z.B. Meyer-Eppler, 1959, S. 87). Demnach ist die erforderliche Anzahl von Lauten des Wortes mit dem rang r:

$$(2) \qquad L_r = \left[{}^{z}\log r \cdot \left(1 - \tfrac{1}{z} + \tfrac{1}{r}\right) \right] = \left[\tilde{L}_r \right]$$

Bild 1 zeigt diese Funktion für z = 2,3 und 4.

Damit ist eine für die Optimallösung bei jeder beliebigen Häufigkeitsverteilung gültige Beziehung gefunden. Man könnte umgekehrt fragen: welches ist die Häufigkeitsverteilung, für welche die mittlere Lautzahl pro Wort minimal wird? Diese Frage ist aber sinnlos, da diese mittlere Lautzahl beliebig dicht auf 1 heruntergedrückt werden kann, indem die Summe der relativen Häufigkeiten der ersten z Wörter beliebig nahe an 1 herankommt, falls also pro Wort höchstens etwa ld z bit Information übertragen wird.

Das Minimalproblem ist also nur lösbar mit einer Nebenbedingung. Es liegt nahe, dazu die Konstanz von H, der mittleren Information pro Wort, zu fordern. (Außerdem ist natürlich - als zweite Nebenbedingung - die Summe der relativen Häufigkeiten gleich 1.) Nach dem aus den Lehrbüchern der höheren Mathematik bekannten Verfahren erhält man die Lösung dieses "Extremwertproblems mit Nebenbedingungen" aus dem System der partiellen Differentialgleichungen

$$(3) \quad \frac{\partial}{\partial h_r} \left\{ \sum_r h_r L_r + v\left(\sum_r h_r - 1\right) - w\left(\sum_r h_r \cdot \mathrm{ld}\, \frac{1}{h_r} - H\right) \right\} = 0 ,$$

wobei v und -w als Lagrange'sche Multiplikatoren mit willkürlichem Vorzeichen angesetzt wurden. Die Lösung von (3) lautet:

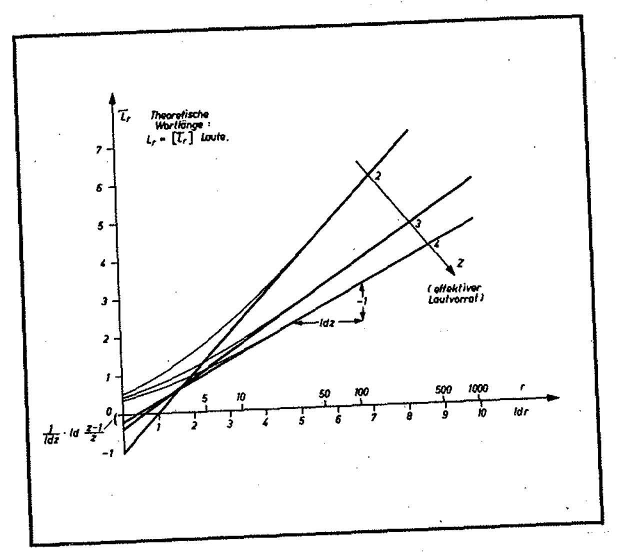
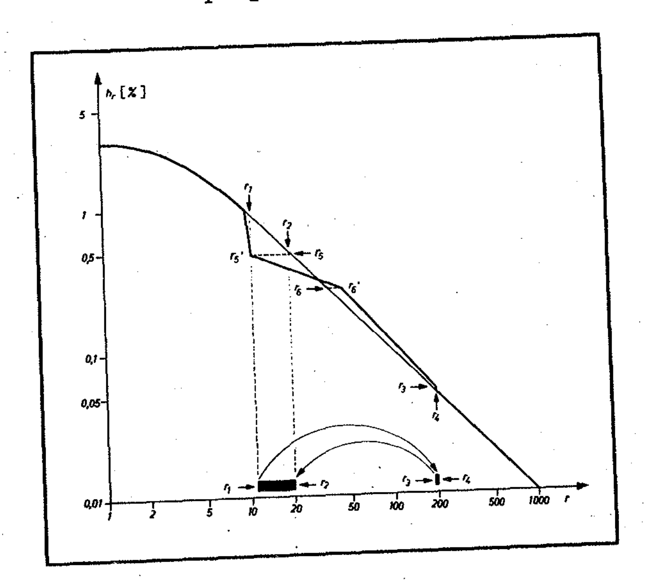


Bild 1: Untere Grenze r für die theoretische Anzahl der Laute im Wort vom Rang r

Bild 2: Mischtext aus zwei Mandelbrot-Texten gleicher Temperatur, Länge und Rangfolge - bis auf die Vertauschung des Intervalls r_1, r_2 mit r_3, r_4 .



(4) $$L_r + v - w \cdot \left(\mathrm{ld}\,\frac{1}{h_r} - 1\right) = 0 .$$

Da ld $1/h_r$ die Information I_r des Wortes vom Rang r ist, folgt als theoretischer Wert

(5) $$L_r = w \cdot I_r - (v + w) .$$

(Diesem linearen Zusammenhang zwischen Wortlänge und Information entspricht in der Informationspsychologie der lineare Zusammenhang zwischen Information und Apperzeptionszeit. Vgl. z.B. Frank, 1962). Eliminiert man L_r aus den Gleichungen (2) und (4), und beschränkt man sich auf solche Ränge, die in (2) auf einen ganzzahligen Klammerinhalt führen (für alle anderen ist das Folgende eine Annäherung), dann erhält man durch Auflösung nach h_r das kanonische Gesetz (Mandelbrot, 1957)

(6) $$h_r = 2^{-\frac{v+w}{w}} \cdot \left(r + 1 - \frac{1}{z}\right)^{-\frac{1}{w \cdot \mathrm{ld}\, z}} .$$

Da h_r mit r monoton fällt, ist w positiv. Die positive Größe w . ld z wird meist "Texttemperatur" T genannt. Die in Gleichung (3) benutzten beiden Nebenbedingungen für h_r liefern auf (6) angewandt zwei Bestimmungsgleichungen für die Parameter v und w. Durch die mittlere Information H und die Zahl $\hat{r}$ der verschiedenen Wörter sind also v und w bestimmt. T wächst bei konstantem Wortschatz mit H. -

Bisher haben wir nur die Prinzipien 1, 2, 3 und 5 berücksichtigt und gegen das vierte Prinzip verstoßen, um die mittlere Wortlänge möglichst gering zu halten. Sollten Häufigkeitsverteilung und mittlere Wortlänge konstant gehalten werden, dann ist Prinzip 4 nur noch dadurch zu befriedigen, daß das Repertoire der Laute vergrößert wird. Ein besonders einfaches Modell könnte zu einigen der bisherigen Laute je mindestens zwei Varianten einführen. Zwischen diesen kann entweder systematisch aufgrund der vor-

angegangenen oder folgenden Laute gewählt werden (von den beiden Varianten des "ch" kann auf jeden Vokal nur eine bestimmte folgen!), oder unsystematisch, so daß in jedem Wort willkürlich eine Festlegung getroffen wird. In beiden Fällen bedeutet dies eine Ergänzung des Prinzips 3: auch die b e d i n g t e n Häufigkeiten der Laute in den Worten sind nun verschieden. (Nach einem Satz der Informationstheorie s i n k t dabei der mittlere Informationsgehalt des Lautes wieder, nachdem er zuvor durch Vergrößerung des Repertoires um denselben Betrag e r h ö h t worden war.) Man nennt den Umfang z des (logisch) ursprünglichen Lautvorrats den "effektiven Lautvorrat".

§ 2. Problemstellung und Methode

Wie weit paßt das in § 1 dargestellte, im Wesentlichen auf Mandelbrot zurückgehende theoretische Modell auf die deutsche Sprache? Da hier das Zutreffen der ersten vier Prinzipien unmittelbar ersichtlich ist, bedarf lediglich das fünfte Prinzip einer Überprüfung durch Überprüfung der Konsequenzen, die sich in § 1 ergaben. Diese Konsequenzen bestanden in den Beziehungen (2), (4) und (6) sowie in der Aussage der stochastischen Abhängigkeit in der Aufeinanderfolge der Laute. Letztere wurde für die deutsche Sprache an anderer Stelle untersucht (Frank, Klugmann und Wendt, 1963). Nun enthalten aber alle drei Beziehungen zwischen Wortlänge, Wortrang und Worthäufigkeit zunächst unbekannte Parameter, nämlich z, v und w, bzw. (nach dem oben Gesagten) z, T und $\hat{r}$. Geprüft werden kann also lediglich der jeweilige Kurvenverlauf, und aus diesem kann evtl. auf die fehlenden Parameter, insbesondere auf z, zurückgeschlossen werden. (Dabei wird z zu einer, z.B. aus einem Kurvenverlauf wie in Bild 1, ableitbaren theoretischen Größe, die nicht mehr ganzzahlig zu sein braucht!)

Die Lösung des Problems wird zunächst durch die Tatsache erschwert, daß die "Mandelbrot - Texte", (die stets als sogenannte "verdampfte" Texte, d.h. ohne Berücksichtigung der Reihenfolge ihrer Worte, betrachtet werden), keine additive Gruppe bilden, d.h. die Vereinigungsmenge, der sogenannte "Mischtext", zweier Mandelbrottexte ist bei u n t e r s c h i e d l i c h e r Texttemperatur selbst dann kein Mandelbrottext, wenn die Rangordnung der Wörter in beiden Texten identisch ist. (Unter einem " Mandesbrot-Text " verstehen wir einen Text, dessen Wörter der Häufigkeitsverteilung (6) genügen.) Dies wurde an anderer Stelle (Bergmann, Frank und Großer, 1963, Bild 3) gezeigt. Schreibt aber ein und derselbe Autor mit d e r s e l b e n Texttemperatur über verschiedene Themen, dann ändert er dazu mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit die Rangfolge in seinem Wortschatz. Auch in diesem Fall ist der Mischtext kein Mandelbrot - Text mehr. Das ergibt eine einfache Betrachtung von Bild 2. Zwei gleichlange Mandelbrot-Texte mögen der Gleichung (6) mit denselben Parametern genügen, jedoch stimme die Rangordnung der Wörter an zwei Stellen nicht überein: die (mutmaßlichen Stich-) Wörter mit dem Rang r_1 bis r_2 im Text I haben im Text II die wesentlich höheren Ränge r_3 bis r_4 und umgekehrt. Die Häufigkeit dieser 2 mal $(r_2 - r_1 + 1)$ 1) Wört verschiedenen Ranges in den beiden Mandelbrot-Texten nehmen im Mischtext einen Zwischenwert an, der zwischen den Häufigkeiten der Wörter mit den Rängen r_5 bis r_6 liegt. In der neuen Rangordnung erniedrigt sich daher r_5 (bei konstanter Häufigkeit!) auf r_5', r_6 erhöht sich auf r_6'. Zwischen $r_1 - 1$ und r_6' wird die Kurve dabei nach unten konvex, ähnlich wie bei der von Bergmann, Frank und Großer konstruierten Mischungsverteilung zweier Texte gleicher Rangordnung aber verschiedener Texttemperatur! Für jeden empirischen Text ist also, unter der Voraussetzung der Gültigkeit der Beziehung (6), diese Beziehung fast sicher nur noch sehr ungenau nachweisbar (ähnlich wie die Gültigkeit des Gesetzes vom freien Fall in der Atmosphäre nur ungenau nachweisbar ist!), und zwar ist bei niedrigen Rängen mit einer Konvexität zu rechnen, während im anschließenden Rangbereich eine zu niedrige Texttemperatur der empirischen Kurve entnommen wird.

Sowohl die Mehrheit der von Mandelbrot (1957, S. 26 f) angegebenen empirischen Kurven als auch fast alle von Bergmann, Frank und Großer

aufgestellten zeigen die besagte Anomalie einer Konvexität nach unten, insbesondere die Kurve für den sehr umfassenden Mischtext von Kaeding. Es ist bezeichnend, daß sich aus der letzteren der geringste empirische Wert der Texttemperatur (T = 0,84 ablesen läßt, während der Text mit der höchsten abgelesenen Texttemperatur (T = 1,11) zugleich als einziger fast vollkommen der Beziehung (6) folgt. Es handelt sich um einen Text von Steinbuch, von dem also aufgrund der Ranghäufigkeitskurve vermutet werden kann, daß er nur geringfügige lokale Schwankungen der Häufigkeitsverteilung aufweist, also die Texttemperatur (mittlere Information pro Wort!) und die Rangordnung (Thematik!) fast unverändert beibehält. - Im übrigen bestätigen aber die von der Theorie vorhersagbaren Abweichungen der empirischen Befunde von dieser Theorie deren Gültigkeit. -

Auch die Beziehungen (2) und (4) können von empirischen Texten nur ungenau erfüllt sein. Denn es ist eine Erfahrungstatsache, daß dort, wo ein Wort wie "Lokomotive", "Automobil" oder "Elektrolytkondensator" einen immer geringeren Rang erhält, die Wortlänge nicht ebenso allmählich auf "Lok", "Auto" bzw. "Elko" verkürzt wird, sondern erst zeitlich verspätet und dann meist ohne Zwischenstufen. Zur Überprüfung der Beziehungen (2) und (4) bzw. (5) wurden fünf in voller Technischer Lautschrift (TLD) geschriebene Texte aus Alsleben et al. (1963) auf Lochstreifen übertragen und zwar die Texte

FOORWVRT DÄS FÄRLAAKS	734	Wörter
Text Steinbuch	903	Wörter
Text Alsleben	2036	Wörter
Text Lüdtke	2439	Wörter
Text Frank	4413	Wörter
also insgesamt (sog. "Mischtext")	10525	Wörter.

Lautzeichen, welche im Fernschreibcode nicht vorgesehen sind, wurden durch Ziffern bezeichnet (z.B. ä durch 3, der Glottisverschluß durch 7); Zahlen wurden in TLD ausgeschrieben. Als Wortlänge wurde die Buchstabenzahl in der TLD- Schreibweise angesehen, das bedeutet, daß lange Vokale

doppelt gezählt wurden (obwohl das Längenverhältnis kleiner als 2 : 1 ist!), da in der TLD Vokaldehnung durch Verdopplung des Vokalzeichens angedeutet wird. Unter Verwendung des Textprogramms von M. Böhme zur Vorsortierung des Materials durch den ER 56 im Recheninstitut der T.H. Stuttgart wurde sodann die Häufigkeit der nach ihrer Länge geordneten Wörter bestimmt. Außerdem wurden die 320 rangniedrigsten Wörter des Mischtextes von Kaeding (1897) in TLD transkribiert; das dadurch gewonnene Material stützt sich einerseits auf eine Stichprobe von rund tausendfacher Größe, ist aber andererseits nicht exakt verwertbar, da z.B. das Kaedingsche Wort "die" als unbetonter Artikel in TLD die Länge 2 (DI), jedoch als Demonstrativpronomen die Länge 3 (DII) hat. - Die graphische Darstellung der Zusammenhänge I(L) und L(r) wurde mit den Beziehungen (2) und (5) verglichen.

§ 3. Ergebnisse

Da Wörter derselben Länge aus den schon angedeuteten Gründen (sprunghafte und verspätete Kürzung häufiger gewordener Wörter) sehr verschiedene Häufigkeit haben, und umgekehrt Wörter derselben Häufigkeit sehr verschieden lang sein können, zeigt eine graphische Darstellung der Ergebnisse (Bild 3) nur eine sehr allgemeine Tendenz, in längere Wörter mehr Information zu stecken (d.h. kürzere Wörter häufiger zu benützen. Einbuchstabige Wörter (einzelne Laute) kommen lediglich in den Texten von Frank und Lüdtke (die ausgiebig von Lautzeichen handeln) vor; von L = 2 ab ist im Einklang mit Beziehung (5) zumindest ein weitgehend monotones Steigen der Information mit der Wortlänge im Durchschnitt zu beobachten. Um das Wesentliche deutlicher herauszuheben, wurden nur die Wortlängen zwischen 2 und 10, die im Mischtext je mindestens 500 mal auftraten, im I-L-Diagramm berücksichtigt. Die Länge der waagrechten Striche gibt den prozentualen Anteil der Wörter mit der Information I an allen Auftritten eines Wortes der Länge L im Mischtext an; Prozentsätze unter 5 % wurden nicht eingetragen. Für eine Mittelwertsbildung bieten sich zwei Verfahren an:

1.) Berechnung der mittleren Wortlänge der Wörter gleicher Häufigkeit bzw. Information: $L = \bar{L}\,(I)$ (vgl. Bild 4).

2.) Berechnung der mittleren Information der Wörter gleicher Länge: $I = \bar{I}\,(L)$ (vgl. Bild 3, 4 und 5)

Selbstverständlich führen die beiden Verfahren nur näherungsweise (vgl. Bild 4!) zum selben Ergebnis. Vorgezogen wurde (trotz des erheblich größeren Rechenaufwandes) das zweite Verfahren. Hierbei fällt auf, daß ein linearer Kurvenverlauf n i c h t unbeschränkt vorliegt, vielmehr eine Sättigungsgrenze approximiert wird. Dies widerspricht aber wegen der endlichen Textlänge N der Theorie nicht. Denn für kein Wort, gleichgültig welcher Länge, konnte eine größere textbezogene Information als ld N berechnet werden, auch wenn sich in einem sehr viel längeren Text eine sehr viel größere Information desselben Wortes ergeben hätte. In Bild 5 wird dies offenkundig. Zur Überprüfung der Theorie kommt also überhaupt nur das Anfangsstück der Kurven in Frage. Wegen der großen Streuung kann dann nur noch ausgesagt werden, daß die Theorie mit den empirischen Befunden verträglich ist, und daß aus dem Anstieg der Einzelkurven einschließlich des Gesamttextes gefolgert werden kann, daß der Paramter w in Gleichung (5) größer als 0,67 und kleiner als 1,0 ist. Da ld z = T/w ist, erhält man mittels der bei Bergmann, Frank und Großer bestimmten Werte der jeweiligen Texttemperatur T einen effektiven Lautvorrat zwischen z = 2 und z = 3 (Bild 3 macht den Wert z = 2 wahrscheinlicher!). Schreibt man allen z effektiven Lauten gleiche Wahrscheinlichkeit zu, dann erhält man bei einer relativen Häufigkeit des Worttrennungszeichens von etwa 0,14 (Gunzenhäuser, 1963 ; Frank, Klugmann und Wendt, 1963) für die Wahrscheinlichkeit jedes effektiven Lauts einen Wert zwischen 0,43 und 0,29. Man kann daraus unmittelbar (oder, genauer, unter Berücksichtigung der "bedingten Wahrscheinlichkeiten" für einen der Laute bzw. für den Zwischenraum, falls der letzte Zwischenraum bereits ein bestimmtes Stück zurückliegt; diese bedingten Wahrscheinlichkeiten sind aus der in Bild 3, oben, dargestellten Verteilung berechenbar!) auf eine mittlere Information von rund 1,5 bis 2 bit

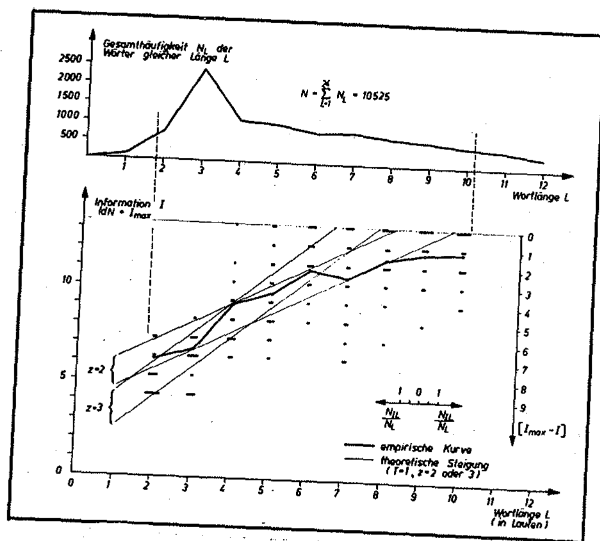
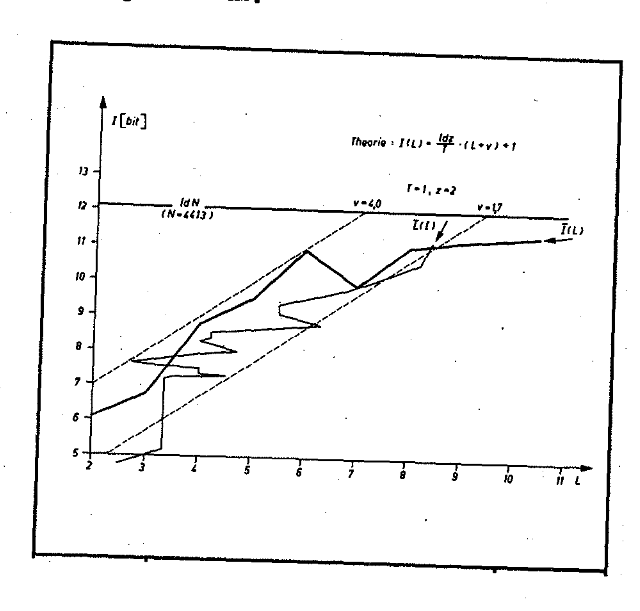


Bild 3: Die Information I steigt mit der Wortlänge L. Ein linearer Zusammenhang kann wegen der endlichen Textlänge N so nur beschränkt nachgewiesen werden. Für jede Wortlänge ist die Häufigkeitsverteilung der Information eingetragen.

Bild 4: Mittlere Wortlänge als Funktion der Information und mittlere Information als Funktion der Wortlänge für denselben TLD-Text. Übereinstimmend erhält man einen Informationszuwachs des Wortes von etwa 1 bit pro Laut Längenzuwachs.



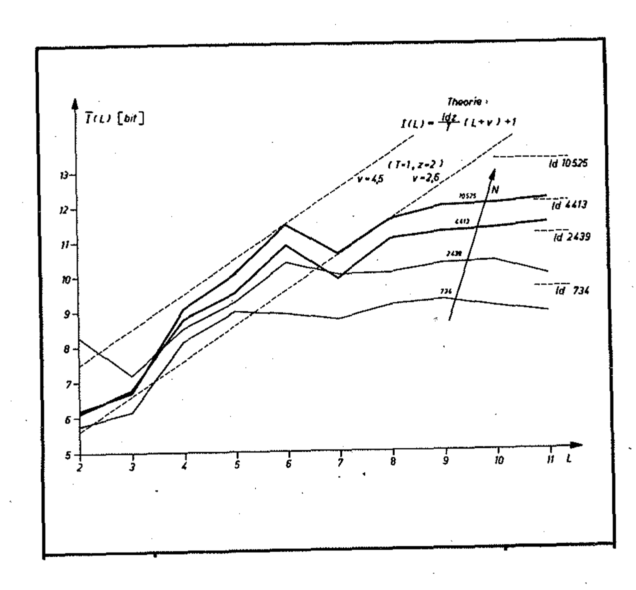
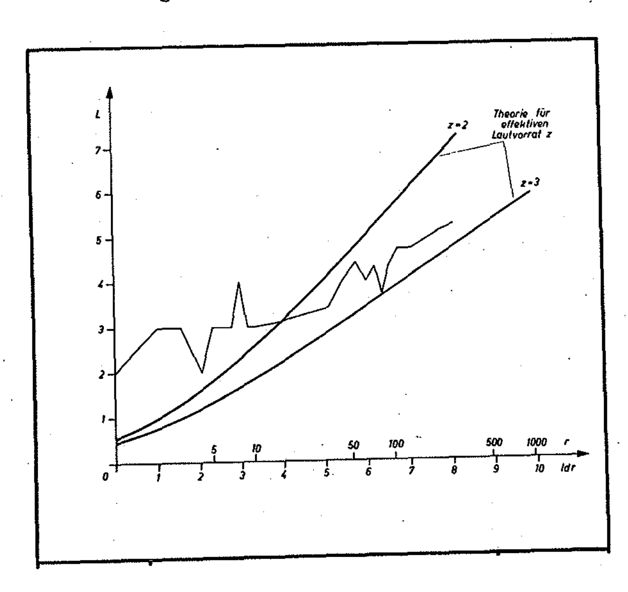


Bild 5: Bei größerer Textlänge N ist $\bar{I}$ (L) in einem größeren Intervall monoton und annähernd linear.

Bild 6: Aus dem L-r-Zusammenhang beim Kaedingschen Mischtext ergibt sich ein effektiver Lautvorrat zwischen 2 und 3.



pro Wertunterzeichen im Wortzusammenhang (aber einen geringeren Wert im Satzzusammenhang, da der Text als "verdampft" betrachtet wurde!) schließen. Dieses Ergebnis ist mit anderen Abschätzungen (z.B. Küpfmüller, 1959) verträglich. Bei einer mittleren Wortlänge der untersuchten Texte von 6,4 Lauten (7,4 Wortunterzeichen) pro Wort - vgl. Bild 8 - würde demnach die mittlere Information des Wortes zwischen 11 und 15 bit liegen. - Auch dieses Resultat entspricht etwa den auf anderem Wege gewonnenen Zahlenwerten (11,8 bit nach Zemanek, 1959, S. 58; 10,9 bit nach Frank, 1962, S. 38).

Wegen der stochastischen Abhängigkeit auch in der Aufeinderfolge der Wörter ist die Information des Wortes im natürlichen, nicht-verdampften Text jedoch wesentlich geringer, wie ja auch die oben genannte mittlere Information der Wortunterzeichen wesentlich geringer ist als bei Rechnung ohne Berücksichtigung der stochastischen Abhängigkeiten, also bei Verdampfung bis zum Repertoire der Wortunterzeichen (4,47 bit nach Frank, Klugmann und Wendt, 1963). Bei einem Repertoire von 32 Unterzeichen des Wortes erhält man also eine Redundanz von 60 - 70 % im Wortinnern. Geht man von einem Wortschatz von etwa 32 000 Wörtern und d e r s e l b e n R e d u n d a n z der W ö r t e r im S a t z i n n e r n aus (Frank, 1962, S. 125 f.), dann sind nur noch durchschnittlich zwischen 4,5 und 6,0 bit pro Wort (0,6 - 0,8 bit pro Wortunterzeichen) zu veranschlagen!

Die zweite Möglichkeit zur Bestimmung des effektiven Lautvorrats z, nämlich anhand des in Bild 1 gezeigten Zusammenhangs, wurde in Bild 6 für die ersten 320 Ränge des Kaeding'schen Mischtextes und in Bild 7 für den von uns untersuchten Mischtext benutzt. Dabei wurden die Wortlängen jeweils über Gruppen etwa gleichhäufiger Wörter (benachbarte Ränge ab r = 10) gemittelt. Der von Meyer-Eppler (1959, S. 98 f.) gewonnene Wert von z = 3,1 für den Mischtext von Kaeding erweist sich als etwas zu hoch: aus Bild 6 ergibt sich eine Größenordnung für den effektiven Lautvorrat, die zwischen 2 und 3 liegt, Bild 7 schließt einen größeren

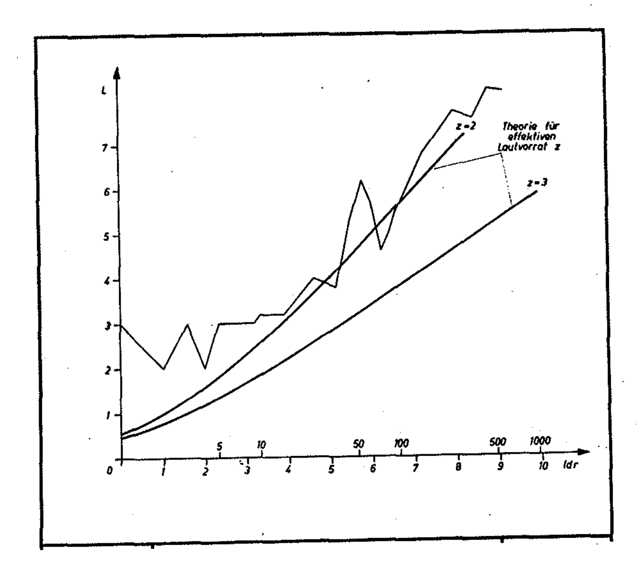
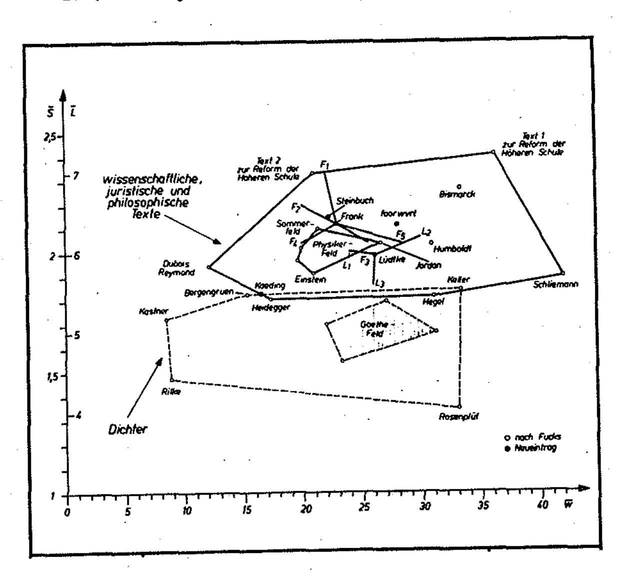


Bild 7: Der effektive Lautvorrat ergibt sich für einen Mischtext von 10 525 Wörtern nach dem Verfahren von Bild 1 zu etwa z = 2.

Bild 8: Fucks - Diagramm. F_i und L_i repräsentieren die Kapitel Nr. i des jeweiligen Gesamttextes.



effektiven Lautvorrat als z = 2 aus. Es ist anzunehmen, daß das anhand des Kaedingschen Materials (das ohnehin nicht ganz korrekt auf Lautschriftmaterial übertragbar ist!) gewonnene Ergebnis zu groß, das an unserem Material gewonnene eher etwas zu klein ist. Denn die ranghohen Wörter des Kaedingschen Mischtextes wurden nicht berücksichtigt, so daß der Grenzwert der Steigung noch nicht klar erkennbar ist, und ein zu hoher Wert von z abgelesen wird. Andererseits war der benutzte TLD-Mischtext relativ kurz, so daß mehrere an sich häufige Wörter noch nicht auftraten, was bei ranghohen Wörtern zu einem zu niedrigen Rang führt (vgl. die wahrscheinlichkeitstheoretische Betrachtung bei Bergmann, Frank und Großer, 1963). Damit steigt aber die Kurve, zumindest für große Ränge (und dort sollte ja nach Bild 1 die Asymptotenrichtung bestimmt werden!) etwas zu steil an, was einen etwas zu niedrigen Wert von z liefert. (Dieser dürfte auch von der unterschiedlichen mittleren Wortlänge der jeweiligen Mischtexte abhängen, vgl. Bild 8.) Gegenüber dem ersten Verfahren dürfte jedoch diese Methode eine etwas genauere Abschätzung liefern.

Unser Ergebnis ist nicht ohne praktisches Interesse. Denn nach der in § 1 eingeführten einfachsten Modellvorstellung könnte es bei äußerstenfalls drei verschiedenen e f f e k t i v e n Lauten möglich sein, diese durch höchstens zwei binäre distinktive Merkmale zu unterscheiden, welche jedoch nicht unter den neun, von Meyer-Eppler (1959, S. 324) in Anlehnung an Halle für die "n a t ü r l i c h e n" deutschen Laute aufgeführten enthalten sein müssen. Demnach könnte der Informationsverlust vernachlässigbar klein sein, der dadurch eintritt, daß die Laute in den Worten deutscher Texte nacheinander durch je höchstens zwei Bit zur Kennzeichnung der höchstens zwei ausgezeichneten distinktiven Merkmalen ersetzt werden, so daß jedem Wort eine doppelt so lange Binärkette entspräche. Die von H. Schnelle (Bonn) unternommenen Versuche, gesprochene Sprache automatisch in Aussagenfolgen über distinktive Merkmale zu verwandeln, gewinnt damit erhöhte Bedeutung, da zu manchen Spezialzwecken eine automatische Spracherkennung nicht Laut für Laut sondern nur Wort für Wort erforderlich ist, beispielsweise zur Entwicklung von

Lehrmaschinen mit akustischer Reaktionseingabe (vgl. Frank, 1963). -

Es wurde in dieser Arbeit davon ausgegangen, daß eine Informationsübertragung durch eine bestimmte Anzahl von Wörtern dann optimal ist, wenn die durchschnittliche Lautzahl pro Wort minimal ist. Das Wort "Strumpf" (CTRUMPF) wird dabei als fast doppelt so lang angesehen wie das Wort "hoffe" (HVFJ). Man könnte jedoch statt der Laute die Silben als Unterzeichen der Wörter betrachten, wobei sich in diesem Beispiel das Verhältnis umkehren würde. Die gesamten Untersuchungen, von denen oben berichtet wurde, könnten dann ganz analog durchgeführt, und ein effektiver Silbenvorrat bestimmt werden. Es ist möglich, daß die Mandelbrotsche Theorie in dieser Deutung besser die empirischen Befunde deckt. Die Wortlänge durch die Lautzahl statt durch die Silbenzahl zu messen, wäre nur dann gerechtfertigt, wenn die Korrelation zwischen Sprechzeit und Lautzahl höher ist als zwischen Sprechzeit und Silbenzahl. -

Abschließend sei noch auf ein in Bild 8 dargestelltes Nebenergebnis verwiesen. Da das verwendete Textprogramm des ER 56 neben der Anzahl der Wörter auch die Anzahl der Sätze liefert, war es möglich, die untersuchten Texte in das Diagramm von Fucks (1957) einzuordnen. Als Umrechnungsfaktor der mittleren Silbenzahl in die mittlere Lautzahl pro Wort, also als mittlere Lautzahl pro Silbe, wurde aus dem FOORWVRT die Zahl 3,0 ermittelt. Sie ist sehr wahrscheinlich für die deutsche Sprache, nicht nur für einen bestimmten Autor, kennzeichnend und deckt sich gut mit dem von Kaeding (1897, S. 513) aus 20 000 000 Silben mit 60 558 018 Buchstaben berechneten Wert von 3,03 Buchstaben/Silbe, wenn man berücksichtigt, daß nach Gunzenhäuser (1963) TLD-Transkriptionen um 2 - 3 % kürzer sind als orthographische Texte. - Wie erwartet fielen trotz der großen Streuung alle untersuchten Texte eindeutig in das Feld der wissenschaftlichen, juristischen und philosophischen Schriftsteller. -

Schrifttumsverzeichnis:

ALSLEBEN, Kurd, ENDRES, Werner et al.: Sprache und Schrift im Zeitalter der Kybernetik. Verlag Schnelle, Quickborn, 1963, 208 S.

BERGMANN, Michael, FRANK, Helmar und GROSSER, Siegfried: Die Wortrang-Differenz als sematisches Indiz. GrKG Bd. 4, Nr. 3/4, 1963

FRANK, Helmar: Kybernetische Grundlagen der Pädagogik. Eine Einführung in die Informationspsychologie. Agis-Verlag, Baden-Baden und Gauthier Villars Paris, 1962, 175 S.

FRANK, Helmar: Kybernetik und Lehrmaschinen. In: H. Frank (Hsg.) Lehrmaschinen in kybernetischer und pädagogischer Sicht. Klett und Oldenbourg, Stuttgart-München, 1963, S. 13-26.

FRANK, Helmar, KLUGMANN, Dietrich und WENDT, Siegfried: Über den Informationsgehalt der Laute in der deutschen Sprache. GrKG Bd. 4, Nr. 3/4, 1963

FUCKS, Wilhelm: Gibt es mathematische Gesetze in Sprache und Musik? Umschau Bd. 57, Nr. 2, 1957, S. 33-37

GUNZENHÄUSER, Rul: äenige ctatistice märkmaale der TLD im färglaex tsur dvötcen criftcpraaxe. In: Alsleben et al., Sprache und Schrift im Zeitalter der Kybernetik. Verlag Schnelle, Quickborn, 1963, S. 149-158

KAEDING, Friedrich Wilhelm: Häufigkeitswörterbuch der deutschen Sprache. 1. Teil: Wort- und Silbenzählungen (S. 1 - 502) 2. Teil: Buchstabenzählungen (S. 503 - 671) Selbstverlag des Herausgebers, Steglitz bei Berlin, 671 S.

KÜPFMÜLLER, Karl: Informationsverarbeitung durch den Menschen. Nachrichtentechnische Zeitschrift, Bd. 12, Nr. 2, 1959, S. 68-74

MANDELBROT, Benoit: Linguistique statistique macroscopique I (1957) in: J. Piaget (Hrsg.): Logique, Langage et Théorie de l'information. Presses universitaires de France, Paris 1957, S. 1-53

Schrifttumsverzeichnis - Fortsetzung

MEYER-EPPLER, Wolfgang: Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1959, 446 S.

ZEMANEK, Heinz: Elementare Informationstheorie. R. Oldenbourg, Wien und München, 1959, 120 S.

(Die Vorsortierung des untersuchten Materials wurde mit dem Textprogramm von M. Böhme am Recheninstitut der TH Stuttgart auf der ER 56 vorgenommen. Den Herren Dr. Gunzenhäuser und Dr. Schmid sei für die Ermöglichung und Unterstützung dieser erforderlichen Vorarbeit verbindlichst gedankt. Gedankt sei ferner der Deutschen Forschungsgemeinschaft, welche die vorliegende Untersuchung unterstützte.)

Eingegangen am 4. 10. 1963

DIE WORTRANG-DIFFERENZ ALS SEMANTISCHES INDIZ

von Michael Bergmann, Helmar Frank (Waiblingen) und Siegfried Großer, Karlsruhe.

§ 1. Das Auffinden von Texten mittels Deskriptoren oder Stichwörtern.

Im Bibliothekswesen ist die Aufgabe zumindest theoretisch bereits relativ befriedigend gelöst, in kurzer Zeit festzustellen, wo ein bestimmtes, durch Verfasser, Titel usf. gekennzeichnetes Buch oder auch ein Zeitschriftenartikel greifbar ist. Dagegen bereitet es bisher noch große praktische und auch theoretische Schwierigkeiten, eine Veröffentlichung aufzufinden, wenn nur Merkmale ihres Inhalts bekannt sind, z.B.:

"Gesucht sind Publikationen über Psychologie, in welchen informationstheoretische Methoden angewandt werden, die aber keine Reaktionszeiten, keine Lernzeiten und keine tachistoskopischen Methoden, wohl aber Wahrnehmungsprozesse betreffen."

Die triviale Lösung, alle Publikationen durchzumustern, ist nicht realisierbar. Aber auch die Durchmusterung aller Zusammenfassungen (bzw. Kurzreferate) scheidet praktisch aus. Man muß sich dabei zumindest auf die Klasse der p s y c h o l o g i s c h e n **Publikationen beschränken,** d.h. man nimmt eine Klassifikation der Literatur nach inhaltlichen Gesichtspunkten (anstatt bloß nach Verfassernamen oder Erscheinungsjahr) vor. Diese Klassifikation kann aber nur mit großem Aufwand beliebig weit getrieben werden, denn schon die im Beispiel gesuchten Publikationen müßten alle sowohl in der Klasse "Psychologie" als auch in der Klasse "angewandte Informationstheorie" angeführt werden. Dieser Aufwand wächst rasch an, wenn die Klassen weiter unterteilt werden. Immerhin kann eine solche Klassifikation zumindest theoretisch durchgeführt werden; jeder Publikation wird dadurch eine Liste derjenigen Klassen zugeord-

net, zu denen sie gehört, o h n e daß sie deshalb in einer entsprechend großen Zahl von Katalogen aufgeführt würde. Eine spezielle Veröffentlichung könnte also in die Klassen "Psychologie", angewandte Informationstheorie", "absolutes Urteil", "Wahrnehmung" und "Geschmacksinn" fallen, von denen - wie man sieht - je zwei disjunkt sein oder einander enthalten können, oder keines von beiden. Man kann diese Klassen als "Deskriptoren" der Publikation bezeichnen. Wörter, die solche Klassen kennzeichnen und im Text selbst auftreten, nennen wir im folgenden "Stichwörter".

Läßt man nun ein abgeschlossenes Repertoire von n möglichen Stichwörtern zu, und ist eine bestimmte Publikation durch $p < n$ Stichwörter gekennzeichnet, dann kann von den restlichen n-p Stichwörtern ausgesagt werden, daß sie nicht auf die Publikation zutreffen. Ordnet man (z.B. alphabetisch) das Repertoire der n möglichen Stichwörter, dann kann jede Publikation eindeutig durch eine Binärfolge gekennzeichnet werden (aber nicht umkehrbar eindeutig, da mehreren Publikationen dieselbe Stichwortfolge zugeordnet sein kann!). Zum Beispiel möge auf diese Weise die Binärfolge

a) 1 1 0 0 0 1 1 1

eine Publikation durch die Stichwörter "Psychologie", "angewandte Informationstheorie", "nicht (Reaktionszeit)", "nicht (Lernzeit)", "nicht (Tachistokop)", "absolutes Urteil", "Wahrnehmung", "Geschmacksinn" kennzeichnen. Die in unserem Beispiel gesuchten Publikationen sind demgegenüber nicht unbedingt durch eine Binärfolge sondern meist durch eine Ternärfolge zu beschreiben, da es im Beispiel dem Suchenden gleichgültig ist, ob die Publikation das absolute Urteil und den Geschmacksinn behandelt. Was gesucht wird, ist also zu kennzeichnen durch

b) 1 1 0 0 - 1 -.

Nun kann daran gedacht werden, durch einen Automaten die Stichwortfolgen aller vorhandenen Publikationen durchzumustern, wobei die einzelnen Stellen (i = 1, 2, ...n) der Folgen (a) und (b) nach der durch Tabelle 1 definierten Koinzidenz-Vorschrift verknüpft werden. Hat die Verknüpfung in allen n Stellen den Wert $K(a_i, b_i) = 1$, dann kennzeichnet (a) eine der durch (b)

a_i	1	1	1	0	0	0
b_i	1	0	-	1	0	-
$K(a_i, b_i)$	1	0	1	0	1	1

Tabelle 1

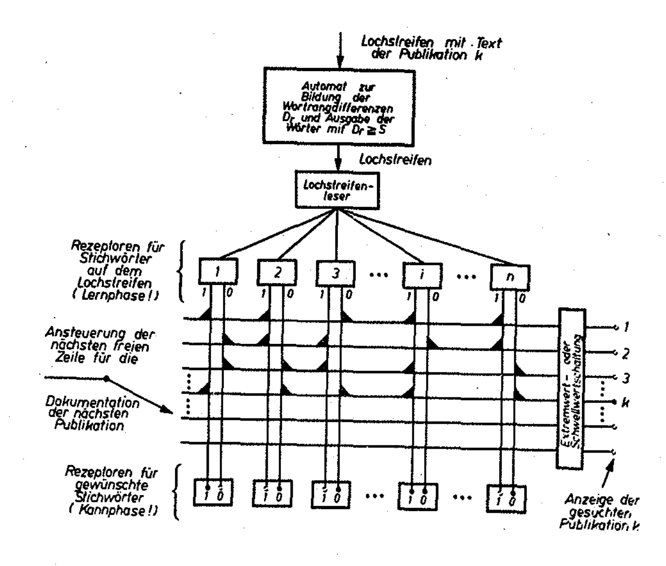


Bild 1 Anordnung zur automatischen Dokumentation mittels einer binären Lernmatrix.

(1) Text	(2) Länge N	(3) Zahl der zutreffenden Stichwörter	(4) Niedrigster Stichwortrang im Text	(5) von (3) erfüllen die Bedingung $\bar{r}_{misch} - \bar{r} \geq s$ für s = 10	(6) s = 20	(7) s = 50	(8) s = 100
FOORWVT	734	16	18	62,5%	56 %	56 %	50 %
Frank 1	796	20	5	90 %	90 %	85 %	70 %
Frank 2	724	17	15	94 %	88 %	82,5%	70,5 %
Frank 3	1099	23	9	96 %	78 %	65 %	48 %
Frank (ges.)	4413	39	19	69 %	67 %	49 %	28 %
Lüdtke (ges.)	2439	29	21	83 %	76 %	69 %	55 %
Steinbuch	903	14	6	100 %	100 %	78,6%	71,4%
Alsleben	2036	24	15	79,2%	79,2%	75 %	66,7%

Tabelle 2

geforderten Publikationen. Man überzeugt sich sofort, daß dies in unserem Beispiel der Fall ist (n = 8). Wenn keine Publikation der Anforderung genügt, dann kann dem Suchenden vielleicht mit Publikation gedient sein, bei welchen die Zahl der Koinzidenzen

$$S = \sum_{i=1}^{n} K(a_i, b_i) \geq n-d \qquad (1)$$

ist, bei welcher also höchstens d geforderte Stichwörter nicht zutreffen.

Als erster hat S.W. Wagner (vgl. Görke, Kazmierczak, Wagner, 1961) auf die Möglichkeit hingewiesen, die obige Aufgabe automatisch durch eine binäre Lernmatrix (vgl. Steinbuch, 1961) lösen zu lassen. Unsere Betrachtungsweise weicht geringfügig von der Wagners ab, da sie scheinbar ternär ist; in Wirklichkeit liegt hier ein "zylindrischer" Fall vor (im Sinne von Frank, 1961, - die dortigen Überlegungen betreffen weitgehend auch unsere gegenwärtige Fragestellung!). Wir gehen aus von einer Lernmatrix mit Doppelspalten (Bild 1, unten). Diese werden beziehentlich von n Rezeptoren mit jeweils zwei Ausgängen 1 und 0 angesteuert, und zwar so, daß der Rezeptor Nummer i durch den Ausgang 1 ein Signal abgibt, falls das Stichwort Nummer i auf die gesuchte Arbeit zutreffen soll, durch den Ausgang O, falls es nicht zutreffen soll, und durch beide, falls es irrelevant ist. Die Zeile Nummer k ist mit dem Ausgang 1 des i-ten Rezeptors verknüpft, falls das Stichwort i auf die Publikation mit der Standard-Nummer k zutrifft, andernfalls mit dem Ausgang O desselben Rezeptors. Wie man sich leicht überzeugt, entsteht dann in jeder Zeile ein zur Zahl der Koinzidenzen S proportionales Summensignal, so daß entweder durch eine abschließende Extremwertbestimmung die passendste(n) Publikation(en) gefunden werden kann (können), oder durch eine Schwellenwertschaltung die Gesamtheit aller Publikationen mit mindestens n-d Koinzidenzen (d frei wählbar), oder schließlich durch eine Kombination beider Prinzipien entweder die passendste(n)) Publikation(en), oder die Anzeige, daß auch die passendste Publikation in mehr als d Stichwörtern von den Wünschen abweicht, also überhaupt keine geeignete Veröffentlichung vorliegt.

§ 2. Das Auffinden von Stichwörtern in Texten

In der Lernphase wird in jede Zeile der Lernmatrix eine Binärfolge dadurch eingelernt, daß die Stichwörter der Arbeit mit der laufenden Bibliotheksnummer (Standortnummer) k durch die n Rezeptoren signalisiert werden, und gleichzeitig die k-te Zeile angesteuert wird. Dadurch bilden sich an den Kreuzungspunkten die Verknüpfungen, welche die richtige Zuordnung in der Kann-Phase (Suche nach Publikationen bzw.- im Umkehrbetrieb der Lernmatrix - Abfrage nach den Stichwörtern einer bestimmten Arbeit) gewährleisten. Wie aber wird entschieden, welche der n Stichwörter auf die Publikation zutreffen, und welche nicht? Denn die Rezeptoren können zunächst nur die schon getroffene Entscheidung signalisieren.

Die Entscheidung kann nur in der semantischen Dimension im Prinzip sicher gefällt werden, denn es muß verstanden werden, worüber der Text etwas aussagt, damit entschieden werden kann, ob ein Stichwort auf ihn zutrifft oder nicht. Es ist nicht schlüssig zu sagen, das Stichwort treffe höchstens dann auf den Text zu, wenn es im Text selbst auftrete, denn es ist grundsätzlich immer möglich, ein Wort, welches als Stichwort in Frage käme, dadurch zu vermeiden, daß man es durch seine Definition ersetzt. Aber auch umgekehrt beweist das Auftauchen eines Wortes in einem Text nicht, daß es ein auf den Text zutreffendes (ihn semantisch kennzeichnendes) Stichwort ist, denn das Stichwort "Fakultät" (im Sinne der Mathematik) trifft sicher auf Kant's Abhandlung über den Streit der Fakultäten nicht zu. - Bisher ist es noch nicht in befriedigender Weise gelungen , Automaten in der semantischen Zeichendimension einzusetzen. Die Entscheidung über die Stichwörter eines Textes kann also vorläufig nur vom Menschen, genauer von einem Fachmann des in der jeweiligen Publikation behandelten Sachgebietes, am besten vom Autor selbst, im Prinzip sicher getroffen werden. Es liegt hier offensichtlich ein ähnliches Problem vor wie bei der automatischen Sprachübersetzung.

Praktisch genügt aber hier (wie fast immer in ähnlich gelagerten Fällen)

eine mit genügender Wahrscheinlichkeit richtige Lösung der Aufgabe. In diesem Falle ist es nicht mehr aussichtslos, nach syntaktischen Indizien für Stichwörter, insbesondere nach statistischen Indizien, zu suchen.

Der naheliegendste Weg führt in die Irre, nämlich die Annahme daß als Stichwörter besonders häufige Wörter geeignet sind. Bei einer Auswertung von fünf verschiedenen Texten (aus: Alsleben et al., 1963) zeigte sich, daß unabhängig vom Inhalt die Artikel "der", "die" sowie die Konjunktion "und" sehr viel häufiger benutzt werden als die Wörter, die als Stichwörter betrachtet werden könnten: letztere pflegen frühestens an zehnter bis zwanzigster Stelle der Häufigkeitsliste (Rangordnung) aufzutauchen (Tabelle 2), und sich durch ihre Häufigkeit nicht von anderen Wörtern abzuheben. (Die Nummer eines Wortes in einer nach fallender Häufigkeit geordneten Liste aller in einem Text auftretenden Wörter wird als Rang des Wortes im Text bezeichnet.)

Man kann jedoch den Ausweg beschreiten, einen Mischtext d.h. eine Aneinanderfügung mehrerer Texte, zu konstruieren, in diesem die relativen Häufigkeiten zu bestimmen, die relativen Häufigkeiten der Wörter in einem Einzeltext damit zu vergleichen und es als statistisches Merkmal eines Stichwortes des Einzeltextes anzusehen, häufiger als " normal " (d.h. im Mischtext) aufzutauchen. Dieser Weg ist naheliegend und verschiedentlich vorgeschlagen worden. Wir werden in § 3 sehen, daß gegen ihn als theoretisches Argument die unterschiedliche Texttemperatur verschiedener Autoren spricht, zu deren Eliminierung im folgenden ein neues Verfahren vorgeschlagen wird.

§ 3. Texttemperatur und Wortrangdifferenzen.

Sei r der Rang eines Wortes h_r seine relative Häufigkeit, dann gilt bekanntlich die Zipf-Mandelbrotsche Näherungsformel (Mandelbrot, 1957)

$$h_r \approx k \cdot (r+c)^{-\frac{1}{T}} , \qquad (2)$$

wobei der meist "Texttemperatur" genannte Parameter T sich aus der Steigung der Kurve bei großem r ergibt (vgl. Bild 2a-f), während sich anschließend c theoretisch aus der Anfangssteigung ermitteln lassen müßte, und schließlich k aus der Nebenbedingung, daß die Summe aller h_r gleich eins sein muß. Bild 3 zeigt zwei theoretische, extrem verschiedene Zipf-Mandelbrotsche Kurven für $c = 1,5$, $T_1 = 1,5$, $T_2 = 0,5$, $k_1 = 0,052$, $k_2 = 0,375$. (Die Texttemperaturen realer Texte - Bild 2 a - e - liegen näher bei 1 !) Konstruiert man eine Mittelwertskurve für einen (fiktiven!) Mischtext aus diesen beiden Texten unter der Annahme, beide hätten dieselbe Länge und jedes Wort habe in beiden denselben Rang, dann erkennt man, daß bei dem am Schluß des letzten Paragraphen vorgeschlagenen Vorgehen die häufigen Wörter (niedrige Ränge) im Text mit geringer Temperatur "stichwortverdächtig" werden, die selteneren Wörter dagegen im Text höherer Temperatur - obwohl überhaupt kein Stichwort gefunden werden dürfte, da doch die Ranglisten übereinstimmen und lediglich die Information pro Wort im Text geringer Temperatur wesentlich niedriger ist. (Es gibt in ihm z. B. weniger "Abwechslung in der Wortwahl"!) Dies ist aber kein sematisches sondern nur ein syntaktisches (stilistisches) Kennzeichen des Textes!

Man wird bei dem erwähnten Verfahren also zu befürchten haben, Stichwörter niedrigen Ranges (hoher Häufigkeit) nicht zu finden, falls die Texttemperatur hoch ist, Stichwörter hohen Ranges dagegen dann nicht, wenn die Texttemperatur gering ist. Diesen Effekt könnte man dadurch zu eliminieren suchen, daß man vom Rang eines Wortes im Mischtext jenen desselben Wortes im untersuchten Text subtrahiert: positive Differenz wäre dann ein Stichwortindiz. Im konstruierten Beispiel (Bild 3) ist diese Differenz überall Null, wie es sein muß, da sich die beiden Texte ja nur in der Texttemperatur unterscheiden sollten. -

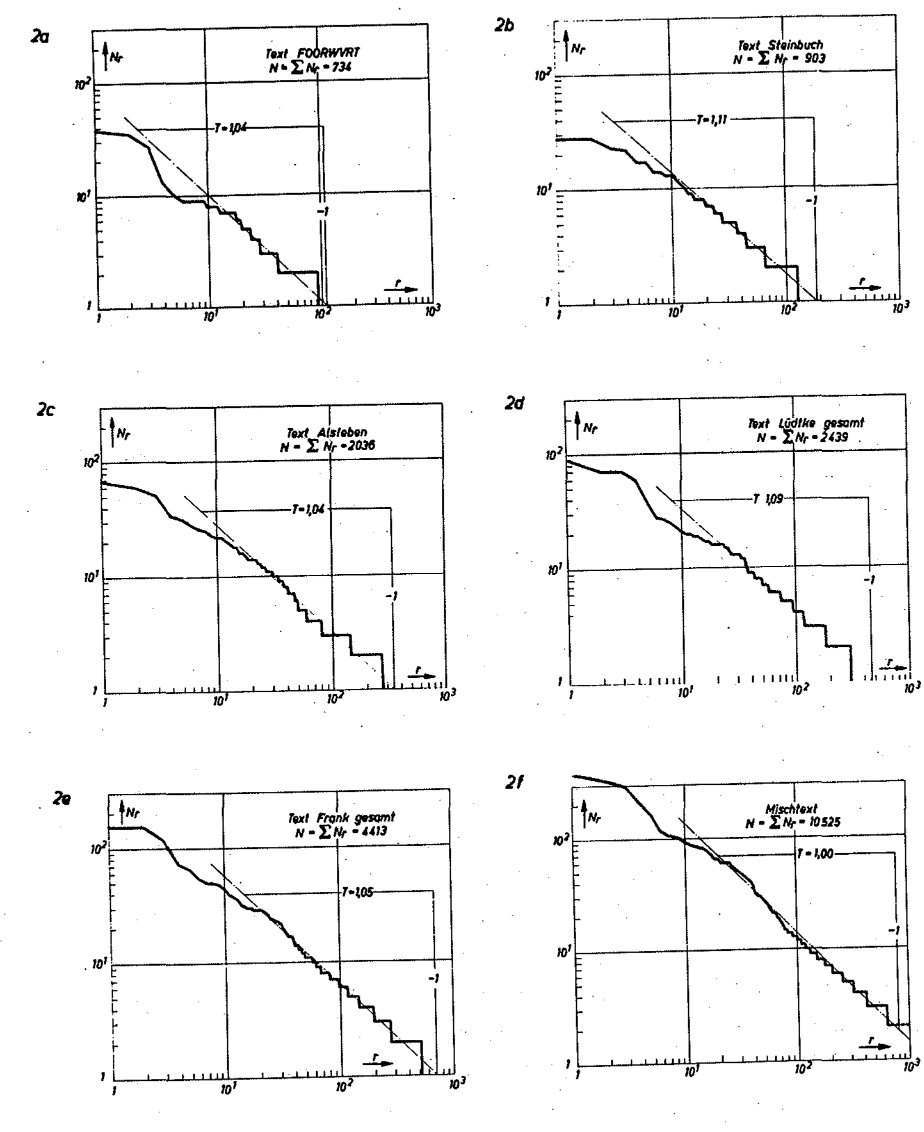


Bild 2 a-e Rang-Häufigkeitsverteilung von fünf Lautschrift-Texten verschiedener Länge und verschiedener Texttemperatur T.

Bild 2 f Rang-Häufigkeitsverteilung des durch Aneinanderfügen der fünf Texte erzeugten "Mischtextes".

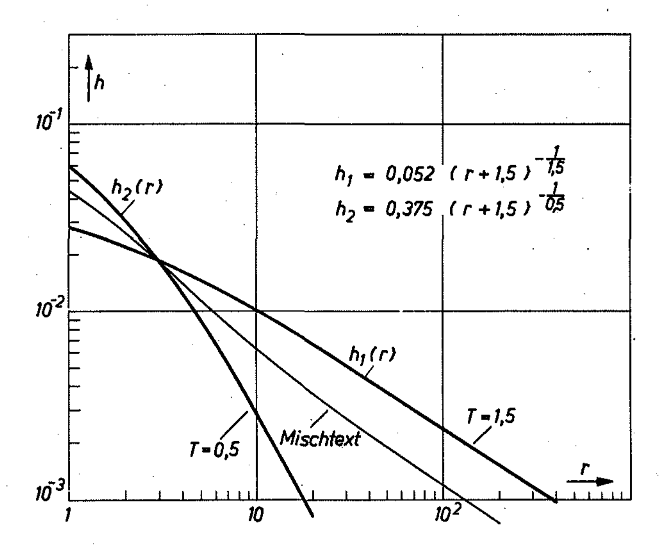
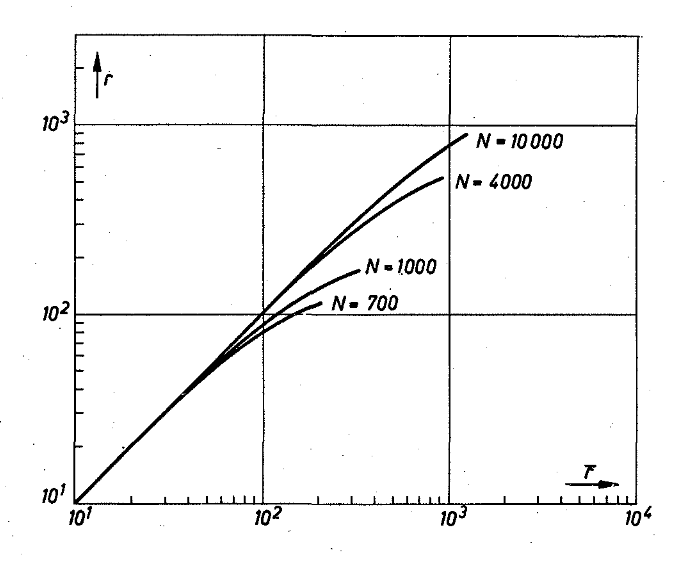


Bild 3 Rang-Häufigkeitskurve für den Mischtext aus zwei gleichlangen Mandelbrot-Texten gleicher Rangfolge aber verschiedener Texttemperatur.

Bild 4 Der theoretische Rang $\bar{r}$ ist desto größer als der empirisch zu bestimmende Rang r, je kürzer die Textstichprobe N ist.



§ 4. Korrektur der Rangnummern

Auch diese Lösung führt noch auf eine Schwierigkeit. Ist ein Text sehr kurz, dann ist auch der Rang des seltensten Wortes im Text sehr niedrig, wodurch praktisch sämtliche Wörter "stichwortverdächtig" werden! Diese Schwierigkeit kann durch ein wahrscheinlichkeitstheoretisch ableitbares Korrekturglied überwunden werden.

Dazu betrachten wir einen Text stets als "verdampft", d.h. wir ignorieren stochastische Abhängigkeiten in der Wortfolge. (In realen, nicht " verdampften " Texten hängt die Wahrscheinlichkeit für das Auftauchen eines Wortes an einer Stelle von den vorangegangenen Wörtern ab.) Ein Text der Länge N ist demnach eine Folge von N zufälligen Wahlen von Wörtern aus einem theoretischen Wortschatz des Umfangs n nach dem Wahrscheinlichkeitsschema:

$$\begin{pmatrix} W_1 & W_2 & \cdots\cdots & W_{\bar{r}} & \cdots\cdots & W_{\bar{n}} \\ p_1 & p_2 & \cdots\cdots & p_{\bar{r}} & \cdots\cdots & p_{\bar{n}} \end{pmatrix} \text{mit } p_i \geqq p_k, \text{ falls } i < k.$$

Dieses Schema enthält in der 2. Zeile implizit die Texttemperatur, während die erste nur von den Stichwörtern des Textes (sowie von Stilmerkmalen des Autors) abhängig ist. Die Wahrscheinlichkeiten p_i der Wörter W_i sind lediglich die Erwartungswerte der ents prechenden relativen Häufigkeiten. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß in einem Text der Länge N das Wort W_i überhaupt nicht auftaucht, ist $q_i = (1 - p_i)^N$.

$M(D_{N,\bar{r}})$ bezeichne den Erwartungswert der Anzahl $D_{N,\bar{r}}$ verschiedener Wörter mit dem theoretischen Rang $i < \bar{r}$, welche im Text der Länge N überhaupt nicht auftauchen. Das Wort $w_{\bar{r}}$ hat demnach im Text den Rang $r \leqq \bar{r}$, und zwar gilt mit Wahrscheinlichkeit

$$r = \bar{r} - M(D_{N,\bar{r}}) \,. \tag{3}$$

Da nur r aus einem empirischen Text bestimmt werden kann, zur Berechnung der Wortrangdifferenz gegenüber dem Standardmischtext ($N \to \infty$) jedoch $\bar{r}$ heranzuziehen ist, muß Gleichung (3) nach $\bar{r} = f(r)$ aufgelöst werden. Dazu ist die Bestimmung von $M(D_{N,\bar{r}})$ erforderlich. Wir führen $D_{N,\bar{r}}$ als Funktion einer wie folgt zu definierenden Zufallsgrösse V_i ein:

$$V_i = \begin{cases} 1, & \text{falls } W_i \text{ im Text der Länge N fehlt} \\ 0, & \text{im gegenteiligen Falle.} \end{cases}$$

Für V_i gilt nach dem oben Gesagten das Wahrscheinlichkeitsschema

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ q_i = (1-q_i)^N & 1-q_i \end{pmatrix}$$

Dann ist

$$D_{N,\bar{r}} = \sum_{i=1}^{\bar{r}-1} V_i \tag{4}$$

und

$$M(D_{N,\bar{r}}) = M\Big(\sum_{i=1}^{\bar{r}-1} V_i\Big) = \sum_{i=1}^{\bar{r}-1} M(V_i) \,. \tag{5}$$

Aus dem Schema von V_i ergibt sich als Erwartungswert dieser Zufallsgröße

$$M(V_i) = 1 \cdot q_i + 0 \cdot (1 - q_i) = (1 - p_i)^N \,. \tag{6}$$

Aus (3), (5) und (6) folgt damit:

$$r = \bar{r} - \sum_{i=1}^{\bar{r}-1} (1 - p_i)^N \,. \tag{7}$$

Da nach Gleichung (2), wenn dort $p_i = h_i$ gesetzt wird, $p_i \to 0$ für $i \to \infty$, steigt der Subtrahent für kleine $\bar{r}$ mit $\bar{r}$ praktisch nicht an, während die Steigung für große $\bar{r}$ asymptotisch den Wert 1 erreicht. Eine explizite Auflösung von Gleichung (7) nach $\bar{r}$ ist nicht möglich. Daher wurde Gleichung (7) durch Bild 4 dargestellt (Parameter N) und daraus die Umkehrfunktion $\bar{r} = f(r)$ abgelesen. Als Wahrscheinlichkeitsverteilung wurde zur numerischen Auswertung von Gleichung (7) die Häufigkeitsverteilung im Mischtext von Kaeding (1897; Textlänge 10 910777 Wörter!) zugrundege-

legt (Bild 5). Als Wort wurde jede von zwei Zwischenräumen begrenzte Buchstabenfolge gewertet, also das Auftauchen eines Wortes in einer Zusammensetzung nicht mitgezählt, sondern jedes Kompositum als weiteres Wort gewertet. (Bild 5 weicht daher wesentlich von der Darstellung der Kaedingschen Ergebnisse bei Zemanek, 1959, S. 57, ab). Für $\bar{r} > 200$ wurde der in Bild 5 extrapolierte Kurvenverlauf

$$p_{\bar{r}} = 0{,}2636 \cdot \bar{r}^{-\frac{1}{0{,}84}} \tag{8}$$

zugrundegelegt.

§ 5. Ergebnisse

Anhand eines nicht sehr umfangreichen Materials wurde ein Vorversuch unternommen, um zu prüfen, ob weitere Untersuchungen des vorgeschlagenen Verfahrens erfolgversprechend sind. Da für zwei andere, informationstheoretische Arbeiten über die Lautverteilung in der deutschen Sprache (Bürmann, Frank und Lorenz, 1963; Frank, Klugmann und Wendt, 1963) deutsche Texte in technischer Lautschrift (TLD) auf Lochstreifen übertragen werden mußten, wurden diese Texte auch für die gegenwärtige Untersuchung verwendet. Die Abweichung der Rangfolge gegenüber demselben Material in Orthographie ist unerheblich (es wird z.B. in TLD "die" als unbetonter Artikel DI, als betontes Demonstrativpronomen DII geschrieben u. dgl.).

Bei den Texten handelt es sich um fünf in voller TLD gedruckte Beiträge zu Alsleben et al. (1963), "Sprache und Schrift im Zeitalter der Kybernetik". Als Mischtext wurde die Gesamtheit dieser fünf Texte verwendet. Da die Texte (am wenigsten der von Alsleben) nahezu alle demselben Sachgebiet entstammen, wurde die Rangfolge im Mischtext als repräsentativ für dieses Gebiet angenommen. Zunächst wurden von den Bearbeitern nach subjektivem Empfinden die geeigneten, im Text auftauchenden Stichwörter festgelegt (Tabelle 2, Spalte 3.). Hernach wurde der Rang (r) dieser Stichwörter im jeweiligen Text ermittelt, nach § 4 korrigiert und vom

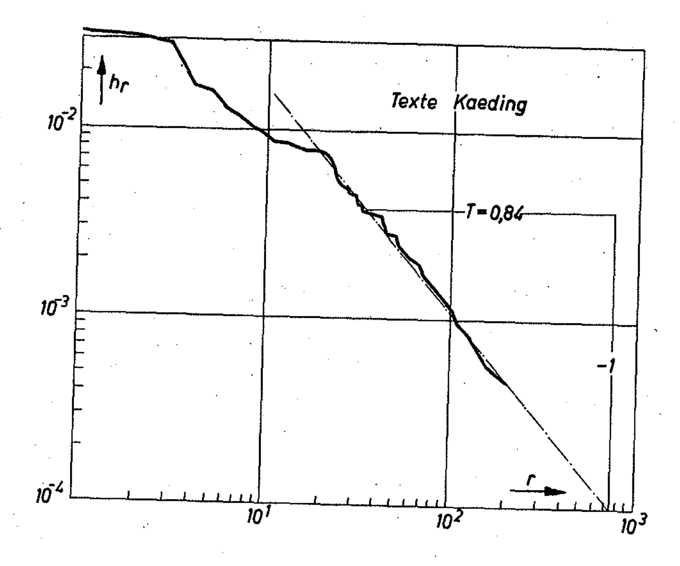


Bild 5 Rang-Häufigkeitsverteilung des von Kaeding ausgewerteten Mischtextes (Wortzusammensetzungen sind hier wie bei den Bildern 2 als besondere Wörter gezählt!)

Text	Gesamtzahl der Wörter, die der Bedingung $\bar{r}_{misch} - \bar{r} \geq s$ genügen				Prozentsatz der darin enthaltenen Stichwörter			
	s = 10	s = 20	s = 50	s = 100	s = 10	s = 20	s = 50	s = 100
FOORWVRT	48	44	40	35	20,8%	20,4%	22,5%	22,8%
Steinbuch	78	72	59	51	18 %	19,4%	18,6%	19,6%
Frank 1	77	72	65	48	24,3%	25 %	26,2%	29,2%
Frank (ges.)	155	143	110	80	17,4%	18,2%	17,3%	13,7%

Tabelle 3

Rang desselben Wortes im Mischtext subtrahiert. Für die Differenz wurde eine Schwelle s festgelegt. Selbstverständlich war der Prozentsatz der vom Menschen gefundenen Stichwörter, deren Wortrangdifferenz oberhalb dieser Schwelle liegt, desto größer, je kleiner diese Schwelle ist (Tabelle 2, Spalte 5-8), jedoch wurden in manchen Texten auch bei der Schwelle s = 10 nicht alle Stichwörter erreicht, und manche Stichwörter hatten in einem Teil der Texte sogar negative Wortrangdifferenz! Dabei handelt es sich jedoch, wie nachträglich festgestellt wurde, überwiegend um Wörter, die das ganze Sachgebiet kennzeichnen, also nicht die einzelnen Texte gegeneinander auszeichnen und nach dem vorgeschlagenen Verfahren aufgrund des gewählten Standardmischtextes überhaupt nicht aufgefunden werden sollten. (Im Text FOORWVRT DÄS FÄRLAAKS konnten nach dem geschilderten Verfahren z. B. nur die sechs Wörter CPRAAXJ, CRIFT, TLD, MACIINJN, TÄXNICJ, VRTOGRAFII nicht gefunden werden!) In der Praxis wird man solche Wörter vonvornherein nicht als Stichwörter vorsehen. Berücksichtigt man dies, dann liegt der Prozentsatz der durch das vorgeschlagene Indiz automatisch auffindbaren Stichwörter -- statt wie noch in Tabelle 2 zwischen 62,5 % und 100 % (bei s = 10) - durchweg oberhalb von 90 - 95 %.

Insgesamt wurden für die fünf Texte n = 113 verschiedene Stichwörter festgelegt, davon wurden nur vier (TÄXNICJ, KÜBÄRNEETICJ, LAOTJS, OPIÄKTIWIIRT) nach dem angegebenen Verfahren bei Schwelle s = 10 in keinem Text gefunden. Sie wären aufgrund einer sehr großen Wortrangdifferenz gefunden worden, wenn als Vergleichstext der Mischtext von Kaeding gedient hätte (vgl. die beigefügte Tabelle!).

Selbstverständlich ist die Zahl der Wörter, deren Wortrangdifferenz größer als s ist, bei jedem Text sehr viel größer als die Zahl der gefundenen Stichwörter. Unabhängig von s waren jeweils nur etwa 20% der durch die Wortrangdifferenz ermittelten Wörter vorgesehene Stichwörter (Tabelle 3) - der Rest könnte auf Stileigentümlichkeiten des Autors zurückgeführt werden.

Rang r und absolute Häufigkeit N_r der im TLD-Mischtext (N = 10 525) mindestens mit der Häufigkeit 0,1 % vorkommenden Wörter. Die Vergleichszahlen nach Kaeding 1897, S. 45-53 und 55-420 (N = 10 910 777) betreffen orthographische Wörter, was auch die Rangfolge geringfügig beeinflußt (vgl. DI, DII und "die"!)

Wort	TLD-Mischtext		Kaeding	
	r	N_r	r	N_r
der	1	380	2	341 522
di	2	330	1	349 553
unt	3	292	3	320 072
in	4	203	4	188 078
das	5	161	7	124 232
fvn	6	119	9	113 201
ist	7	109	11	96 970
däs	8	103	12	96 190
tsu	9	100	5	172 625
weerdjn	10	92	39	39 085
den	11	88	6	138 664
oodjr	12	86	49	30 329
füür	13	84	30	50 559
als	14	83	25	58 331
nixt	15	81	8	114 518
aox	16	75	24	60 750
aen	17	71	19	85 919
äs	18	65	18	86 778
im	19	64	29	50 770
mit	20	63	14	91 552
aenj	21	61	23	69 304
zix	22	61	13	92 945
aenjr	23	60	52	28 086
zii	24	60	10	102 212
durx	25	59	34	40 329
dii	26	57	(1)	(349 553)
cpraaxj	27	55	b*	2 021
wirt	28	54	44	34 589
zint	29	53	48	30 532
aof	30	51	21	80 944
dem	31	49	15	89 109
crift	32	48	c*	1 058
nuur	33	47	36	39 507
man	34	45	31	44 284
tld	35	42	>258 173	0
bae	36	41	40	38 844
baecpiil	37	41	b*	2 489
tsum	38	40	61	23 278
an	39	37	26	55 710
aos	40	37	30	40 615
leezjn	41	33	c*	1 028
tsur	42	32	62	22 794
tsaexjn	43	31	c*	1 122
kan	44	30	63	22 113
laotcrift	45	30	> 79 716	<4
mäncjn	46	30	171	6 039
aaber	47	29	32	44 201
diizj	48	28	56	24 706
alzoo	49	27	122	9 197
wii	50	27	28	51 336
aenjm	51	26	46	31 229
drae	52	26	a*	4 377
dvötcjn	53	25	204	5 101
zvndjrn	54	25	111	10 482
tswae	55	24	148	6 959
buuxctaabjn	56	23	e*	468
wän	57	23	35	40 108
bjdvötuq	58	22	b*	2 003
kynjn	59	22	99	12 709
tswicjn	60	22	166	6 130
aenjn	61	21	46	31 229
diizjr	62	21	66	21 811
nvx	63	21	38	39 179
was	64	21	43	35 220
zoo	65	21	22	74 273
vpiäktiwiiruq	66	20	>79 716	<4
aens	67	19	d*	859
üübjr	68	19	54	25 497
wurdj	69	19	102	12 510
färcteejn	70	18	d*	986
zvl	71	18	123	9 184
deer	72	17	(2)	(341 522)
haabjn	73	17	51	28 822
um	74	17	50	30 206
würdj	75	17	109	10 794
diizjs	76	16	107	11 113
zeer	77	16	76	17 293
coon	78	15	79	16 727
foor	79	15	65	21 851
maciinjn	80	15	e*	299
naax	81	15	27	54 760
täxnicj	82	15	f*	145
aenjs	83	14	98	12 795
dan	~~84~~	14	84	15 545
eer	85	14	17	87 029
haest	86	14	c*	2 981
hat	87	14	41	38 159
tswaetjns	88	14	e*	242
zaen	89	14	45	31 462
andjrjn	90	13	190	5 482
crifttsaexjn	91	13	h*	34
fiil	92	13	120	9 553
ieedj	93	13	b*	2 839
kaenj	94	13	133	8 339
kyntj	95	13	a*	3 914
laot	96	13	>79 716	<4
mus	97	13	96	13 069
oonj	98	13	97	12 895
täxnicjn	99	13	f*	163
wälxe	100	13	47	30 974
aoscpraaxj	101	12	g*	55
baem	102	12	a*	4 467
cpraaxjn	103	12	d*	888
dritjns	104	12	g*	63
eerstjns	105	12	f*	175
fiir	106	12	b*	2 051
hvötj	107	12	199	5 259
maciinj	108	12	e*	357
alj	109	11	87	14 992
anwäntbaar	110	11	g*	71
deenjn	111	11	168	6 098
fal	112	11	b*	2 993
i	113	11	h*	38
kübärneetik	114	11	>79 716	<4
untjr	115	11	75	17 636
vrtografii	116	11	i*	19
zaenjr	117	11	86	15 067

*Der Rang kann nach den Angaben bei Kaeding, 1897, S. 44 abgeschätzt werden. Er liegt im Falle (a) zwischen 321 und 448, (b) zwischen 449 und 641, (c) 642 und 1 188, (d) 1 189 und 2 288, (e) 2 289 und 5 094, (f) 5 095 und 8 596, (g) 8 597 und 14 074, (h) 14 075 und 22 602, (i) 22 603 und 40 680.

§ 6. Anwendung

Sofern das vorgeschlagene Verfahren auch einer Prüfung anhand eines sehr viel umfangreicheren Materials standhält, kann daran gedacht werden, jede neu erscheinende Publikation (Standortnummer k) über Lochstreifen in einen Rechner einzuliefern, in welchem bereits das Wahrscheinlichkeits - schema eines Standardmischtextes des entsprechenden Fachgebietes eingespeichert ist. Der Rechner stanzt als Rohcharakteristik des Textes alle Wörter aus, deren Wortrangdifferenz eine vorgegebene Schwelle überschreiten (Bild 1). Dieser Ausgabestreifen wird von den n Rezeptoren (den "Beobachtungsoperatoren" im Sinne von Frank, 1961) einer Lernmatrix darauf abgetastet, welche der vorgesehenen Stichwörter auf ihm gespeichert sind. (Die 80 % überschüssigen Wörter, welche ausgestanzt aber von keinem Rezeptor registriert werden, bleiben also ohne Wirkung, außer auf die durch sie verlängerte Prüfzeit!) Sobald der Streifen alle Rezeptoren passiert ist, beginnt die Lernphase der Matrix: Jeder Rezeptor i, der das ihm zugeordnete Stichwort registrieren konnte, gibt ein Signal auf die linke Spalte, jeder andere auf die rechte. Durch gleichzeitige Ansteuerung der k-ten Zeile wird hier die kennzeichnende Binärfolge eingespeichert.-

Die erhebliche Arbeit der Übertragung von Texten auf Lochstreifen, die das vorgeschlagene Verfahren voraussetzt, könnte in Zukunft, und zwar schon vor einer befriedigenden Lösung des Problems der automatischen Zeichenerkennung, dadurch allmählich wegfallen, daß mehr als schon jetzt bei manchen Druckverfahren zur besseren Nutzung der Maschinenkapazität die Setzmaschine durch vorher präparierte Lochstreifen gesteuert wird. Diese Lochstreifen können unmittelbar zur automatischen Dokumentation verwendet werden. -

Schrifttumsverzeichnis

ALSLEBEN, Kurd, ENDRES, Werner, et al.: Sprache und Schrift im Zeitalter der Kybernetik. Verlag Schnelle, Quickborn, 1963, 208 S.

BÜRMANN, Günter, FRANK, Helmar, und LORENZ, Lothar: Informationstheoretische Untersuchungen über Rang und Länge deutscher Wörter. GrKG, Bd. 4, 1963

FRANK, Helmar: Zur Mathematisierbarkeit des Ordnungsbegriffs GrKG, Bd. 2, Nr. 2, 1961, S. 33-42

FRANK, Helmar, KLUGMANN, Dietrich und WENDT, Siegfried: Über den Informationsgehalt der Laute in der deutschen Sprache. GrKG, Bd. 4, 1963

GÖRKE, W., KAZMIERCZAK, H. und WAGNER, S.W.: Anwendungen der Lernmatrix In: H. Billing (Hrsg.): Lernende Automaten R. Oldenbourg-Verlag, München, 1961, S. 84 - 100

KAEDING, F.W.: Häufigkeitswörterbuch der deutschen Sprache. 1. und 2. Teil Selbstverlag des Herausgebers Berlin-Steglitz, 1897, 671 S.

MANDELBROT, Benoit: Linguistique statistique macroscopique I (1957) In: J. Piaget (Hrsg.): Logique, Langage et Théorie de l'Information. Presses universitaires de France. Paris 1957, S. 1 - 53

STEINBUCH, Karl Die Lernmatrix Kybernetik, Bd. 1, Nr. 1, 1961, S. 36 - 45

ZEMANEK, Heinz: Elementare Informationstheorie R. Oldenbourg, Wien und München 1959, 120 S.

(Die Vorsortierung des untersuchten Materials wurde mit dem Textprogramm von M. Böhme am Recheninstitut der TH Stuttgart auf dem ER 56 vorgenommen. Den Herren Dr. Gunzenhäuser und Dr. Schmid sei für die Ermöglichung und Unterstützung dieser erheblichen Vorarbeit verbindlichst gedankt. Gedankt sei ferner der Deutschen Forschungsgemeinschaft, welche die vorliegende Untersuchung unterstützte.)

Eingegangen am 24. 7. 1963

NOTIZ ÜBER DIE ANWENDUNG DER INFORMATIONSTHEORIE AUF DIE VERTEILUNG DER EINZELHANDELSPREISE

von Abraham A. M o l e s , Paris

Einer der wesentlichen Faktoren des Einzelhandels ist die Wahrnehmung der Preise durch die Verbraucher. Da der Kauf vom Preis mit am meisten abhängt, ist die richtige Einschätzung des durch die Preiswahrnehmung des Durchschnittskunden bedingten Verhaltensvektors wichtig. Zahlreiche Untersuchungen darüber führten u.a. zu dem Ergebnis, daß der Verbraucher bei der Mehrheit der angebotenen Artikel die Beziehung zu seinem persönlichen Budget betrachtet, also zu einer gewissen "Kauflust a priori", diesen Punkt vernachlässigen wir bei der Betrachtung der Gesamtheit der Warenhausgüter. Bekannt ist ferner, daß der Verbraucher insbesondere einen relativen Wert zu berücksichtigen neigt, relativ nämlich zu einer "Bewertung a priori", welche die Gesamtheit der zuvor erworbenen, nun zum latenten Maßstab gewordenen "Preiserfahrung" spiegelt. Preisunterschiede pflegt der Verbraucher bekanntlich nur wahrzunehmen, wenn sie eine gewisse, oft untersuchte Schwelle überschreiten. Wir setzen im folgenden diese erste Bedingung stets als erfüllt voraus.

Darüber hinaus werden dann für jede Stichprobe die Preisunterschiede in erster Näherung in vier Kategorien subjektiv klassifiziert:

(0) kein Unterschied
(1) Unterschied scheint vorzuliegen
(2) Unterschied besteht
(3) ... ist sehr viel billiger als ...

Wir wenden uns von hier aus der besonderen Situation des Durchschnittskunden beim Schlendern durch ein grosses Warenhaus zu, das eine Vielzahl von Artikeln verschiedener Preislagen seiner durch seine Geldbörse

gemäßigten Kauflust anbietet, wobei er lediglich allgemein abwägt, ob es sich lohnt, dieses Warenhaus überhaupt oder wenigstens gegenüber einem bestimmten anderen zu bevorzugen. Diese willkürlich herausgegriffene Situation ist häufig genug, um eine Betrachtung zu rechtfertigen.

Auf eine ähnliche Situation reflektiert die Preispolitik eines großen Warenhauses: die Preisauszeichnung ist eine Nachricht, welche das Warenhaus dem Publikum (dargestellt durch den Durchschnittskunden) überträgt. Durch diese Nachricht suchen zahlreiche Unternehmen den Verbraucher zu beeinflussen. Bekanntlich gibt es dazu verschiedene Verfahren. Eines, das hier nur beiläufig in Erinnerung gerufen werden soll, besteht in der Auswahl einer relativ äußerst kleinen Zahl von Produkten, die, um den Kunden anzuziehen, unabhängig von der Qualität zu einem sensationell niedrigen Preis angeboten werden. Es wird erwartet, daß der Kunde, der dabei durch das Warenhaus zu gehen hat, diese Gelegenheit "nutzend" auch andere Käufe tätigt. Diese Methode hat nur sporadische Wirksamkeit und wird dem Kunden (vor allem bei einem Markt mit scharfem Konkurrenzkampf) außerdem häufig bewußt.

Ein anderes auf lange Sicht wirkendes Verfahren, das hier diskutiert werden soll, sucht bezüglich der Gesamtheit aller oder wenigstens aller wahrnehmbarer Artikel im Verbraucher ein statistisches Empfinden zu wecken: "Hier kauft man billiger als ...". Dieses Problem gehört in die informationelle Wahrnehmungstheorie (Moles, 1958). Nun existiert ein von Frank (1958), 1959) aufgestelltes Theorem der Informationsästhetik, das, wie vorliegende Notiz zeigen soll, genau darauf anzuwenden ist. Frank (1960; 1962, S. 33 f.) zeigt, daß die Häufigkeit eines vom übrigen Zeichenvorrat gut unterscheidbaren Zeichens bzw. einer solchen Zeichenklasse nicht wenigstens 60 bis 70 % betragen oder besser noch gegen 100 % streben muß, um das Gefühl einer "Maximalbetonung", einer höchsten (statistischen) Auffälligkeit, sozusagen eines "Überwiegens", zu erzeugen. Vielmehr - und hier wurzelt eine Illusion des Wahrscheinlichkeitsempfindens - genügt eine Größenordnung von nur 37-40 % (etwa 1/e, e =

2,718 ...) der Gesamtzahl der verwendeten Zeichen (einschließlich Wiederholungen), falls sie nur genügend unterscheidbar sind. Frank (1959; 1962, S. 104 ff.) gibt für diese Maximalbetonung eine Fülle von Beispielen aus Sprache, Musik, Publizistik u.a. an.

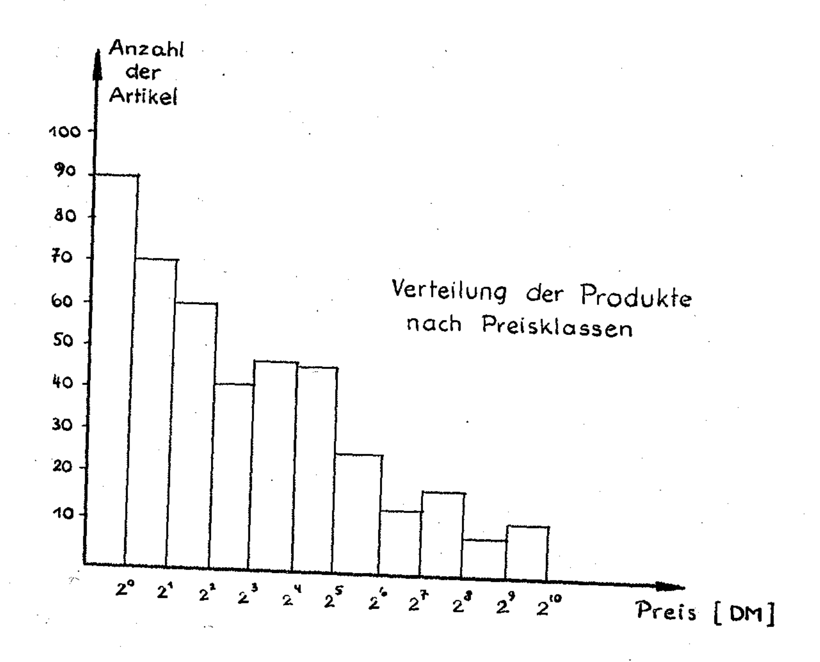
Unser Problem ist nun die Entstehung der Empfindung: "Dieses Warenhaus ist billiger" aus der Betrachtung der Verteilung von Einzelurteilen über die eingangs genannten Kategorien. Die Anwendbarkeit des besagten Theorems führt nun zu der Folgerung, daß das (evtl. nur scheinbare) Überwiegen der Einzeleindrücke "billiger", welches das Gesamturteil bewirkt, preispolitisch durch ein entsprechendes Überschreiten der eingangs erwähnten Schwelle bei nur etwa 40 % der Waren bewirkt wird, während bei den anderen 60 % zum Vorteil des Unternehmens keine Preisänderungen erforderlich sind.

Dieses Ergebnis erfordert natürlich einige Korrekturen. Es trifft nur zu bei verschiedenartigen Artikeln, die jedoch im Preis und in der Art der Betrachtung durch den Kunden ähnlich sind. Dies ist z.B. der Fall bei der Handschuhauslage eines Warenhauses, wo sich der Betrachter nacheinander für verschiedene Modelle interessiert, ohne zu einem Überblick über die Gesamtheit der Modelle oder zu einer signifikanten Stichprobe in der Lage zu sein - einschränkende Bedingungen, die in der Praxis häufig erfüllt sind.

In Wirklichkeit gehören die in einem Warenhaus angebotenen Artikel zu sehr verschiedenen Preisstufen; das "Schaubild von Pareto" (Bild 1) liefert einen Eindruck davon bei einem Warenhaus, das 25 000 Artikel führt. Die Preisstufe kennzeichnet also eine dritte Dimension der Wahrnehmung. Bekanntlich wird der Kunde, je geringer seine finanziellen Möglichkeiten sind, desto empfindlicher gegenüber absoluten Preisen und desto unempfindlicher gegenüber relativen: man kauft eben ein Auto nicht in derselben Weise wie eine Zahnbürste. Innerhalb jeder Stufe ist jedoch die oben entwickelte Theorie in dem Maße anzuwenden, in dem ihre Voraus-

setzungen erfüllt sind.

Zusammenfassend kann man also feststellen, daß ein Warenhaus dann beginnt, dem Kunden als billiger denn ein anderes zu erscheinen, wenn die Preise der geführten Artikel in jeder Preisstufe wenigstens in etwa 40 % der Fälle merkbar billiger sind - vorausgesetzt, die entsprechende Wahrnehmung des Kunden funktioniert aleatorisch ohne spezielle Aufmerksamkeit und ohne wissenschaftliche Auswertung von Stichproben. -



Schrifttumsverzeichnis

FRANK, Helmar: "Sur un théorèm d' esthétique informationelle". Revue d'Esthétique, 11, 1958, No. 3-4, S. 62-66

FRANK, Helmar: Grundlagenproblem der Informationsästhetik und erste Anwendung auf die mime pure. Hess, Waiblingen, 1959

FRANK, Helmar: Über das Intelligenzproblem in der Informationspsychologie. Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft, 1, 1960, No. 3, S. 85-96

FRANK, Helmar: Kybernetische Grundlagen der Pädagogik. Eine Einführung in die Informationspsychologie. Agis-Verlag, Baden-Baden, 1962

MOLES, Abraham: Théorie de l'information et perception esthétique. Flammarion, Paris, 1958

Eingegangen am 29. 10. 1962

AUFBAU EINER CHOMSKY-GRAMMATIK

von Klaus B a u m g ä r t n e r , Berlin

O. Der Begriff CHOMSKY-GRAMMATIK ist nur die praktische Benennung für einen linguistischen Mechanismus, dessen Kern unter den Namen PHRASENSTRUKTUR- oder KONSTITUENTENSTRUKTUR - GRAMMATIK und der insgesamt unter dem Namen der TRANSFORMATIONSGRAMMATIK diskutiert wird. Dieser Mechanismus gehört zu der Klasse struktureller Grammatiken, die als PRODUKTIONSGRAMMATIKEN oder als ERZEUGUNGSGRAMMATIKEN zu charakterisieren sind. Zum gleichen Problembereich gehören einige komplementäre Konzeptionen, die als KATEGORIALE GRAMMATIK und umfassender als IDENTIFIKATIONS- oder REKOGNITIONSGRAMMATIKEN auftreten.

Die Grundlagen und Methoden dieser Modelle wurden im wesentlichen aber vor allem am rigorosesten von N. Chomsky (1954 ff.) und Y. BAR-HILLEL (1953 ff.) ausgearbeitet. Diese Arbeiten begründeten ein völlig neues Forschungsgebiet mit einer inzwischen weitverzweigten Diskussion und schnell anwachsenden Literatur.

Im folgenden soll der Aufbau einer Chomsky-Grammatik einigermaßen abgerundet skizziert werden, und zwar (1) ausgehend von gewissen traditonellen Verfahren und auf verhältnismäßig intuitivem Wege, sodann (2) teilweise in der Form eines mathematischen Kalküls; schließlich soll noch (3) das gesamte Konzept methodologisch kurz beurteilt werden. Die Beispiele sind so einfach gewählt, daß sie sich für eine übersehbare Formalisierung eignen. Die ziemlich kompakte Darstellung darf allerdings noch nicht darüber hinwegtäuschen, daß selbst viele Grundzüge der Erzeugungsgrammatiken noch nicht untersucht sind und manche theoretischen Postulate heftig umstritten werden. Chomsky scheut sich noch 1961 nicht zu sagen: "The study of precise generative grammars with explicit consequences is in its infancy."

1. Der Kern einer Chomsky - Grammatik besteht, wie erwähnt aus einer sogenannten PHRASENSTRUKTUR-GRAMMATIK (abgekürzt "SPG" von "Simple Phrase structure Grammar"). Eine SPG ist jedoch nichts anderes als eine Kalkülisierung der bereits verbreiteten sogenannten KONSTITUENTENANALYSE, die ihrerseits eine Zusammenfassung und Formalisierung verstreuter traditoneller syntaktischer Analyseverfahren darstellt. Wie durch diese Konstituentenanalyse eine Äußerung schrittweise in ihre unmittelbaren Konstituenten (abgekürzt "ICs" von Immediate Constituents") zerlegt wird, soll an einem einfachen Beispiel vorgeführt werden:

Ein Satz wie (0) dieses bild zeigt unser land wird zweckmäßig in die beiden ICs (1) dieses bild und (2) zeigt unser land zerlegt, sodann (1) in die ICs (11) dieses und (12) bild, sodann (2) in (21) zeigt und (22) unser land und schließlich (22) in (221) unser und (222) land. Wir begnügen uns mit dieser Zerlegung des Satzes in Wörter, obgleich die Analyse natürlich die weitere Zerlegung der Wörter in Morpheme einschließst, so z.B. (221) zeigt in die Morpheme (221) zeig und (212) t.

Zerlegungen dieser Art sind dadurch charakterisiert, daß sie dem zerlegten Satz automatisch den Prozeß der Zerlegung zuordnen, also einen sich verzweigenden STAMMBAUM, d.h. einen Graphen mit orientierten Strecken. Wenn man der klassifizierenden Zählung der untersten ICs die "0" voranstellt, dann ergibt die Zählung eine lineare Repräsentation des Stammbaumes des Satzes (0) wie folgt: (011) dieses (012) bild (021)zeigt (0221) unser (0222) land.

Zerlegungen dieser Art sind weiterhin dadurch charakterisiert, daß sie mit den Konstituenten zugleich deren SUBSTITUIERBARKEIT präzisieren; z.B. kann (11) dieses durch (11) ein und (21) zeigt durch (21) fürchtet und der ganze Satz (0) durch (0') ein kind fürchtet dieses wetter oder durch (0'') manches bild beißt ein bild ersetzt werden, ohne daß sich die syntaktische Struktur dabei verändert. Die jeweils ersetzbare Konstituenten sind offensichtlich Elemente der gleichen syntaktischen Klassen.

Ersetzt werden kann auch (1) dieses bild durch (1') dieses blasse alte bild mit (11') dieses und (12') blasse alte bild, (121') blasse und (122') alte bild, (1221') alte und (1222') bild mit entsprechender neuer Verzweigung im Stammbaum. Endlich könnte (1) dieses bild durch (1') wir und (2) zeigt unser land durch (2') bleiben ersetzt werden, so daß (0') wir bleiben. Die ersetzbaren Konstituenten sind hier offensichtlich Elemente höherer syntaktischer Klassen. Mit den Ersetzungen ergeben sich zwar wiederum grammatisch richtige Sätze, aber dabei verändern sich die interne Satzstruktur und gewisse Arten der konstituierenden Klassen.

Die wichtigste Schlußfolgerung aus den vorgeführten Eigenschaften besteht darin, daß die Konstituentenanalyse einer weitgehenden FORMALISIERUNG unterworfen werden kann, d.h. daß alle Konstituenten durch Symbole für syntaktische Klassen ersetzt werden können. Unterste Konstituenten, hier also die Wörter, werden etwa durch Wortklassen-Symbole ersetzt (wobei die weitere Klassifizierung durch Stamm-, Flexiv-Symbole usw. außer acht gelassen wird). Höhere Konstituenten werden dann durch sogenannte Phrasen-Symbole und Satz-Konstruktionen insgesamt durch ein einziges Satz-Symbol ersetzt. Wenn also (0) dieses bild zeigt unser land durch 'S' (Satz) bezeichnet wird, so (1) dieses bild durch 'NP' (Nominalphrase), so (2) zeigt unser land durch VP' (Verbalphrase), so schließlich dieses und unser durch 'D' (Artikel usw.) und bild und land durch 'N' (Nomen) und zeigt durch 'V' (Verb). Hinzutretende Adjektive wie blasse und alte erhalten 'A' und zwischen einer transitiven Verbform wie zeigt und einer intransitiven wie bleiben müsste durch 'V' und 'V'' unterschieden werden, usw. usw., Die Spezifizierung einer umfassenden Konstituentenanalyse führen natürlich zu einem komplizierten Apparat.

1.1. Eine SPG beruht nun unmittelbar auf diesen Prinzipien der Konstituentenanalyse. Sie besteht aus einer Anzahl von OPERATIONEN in den beiden Mengen der syntaktischen Klassensymbole und der natürlichen

Konstituenten, hier der Wörter. Alle Operationen haben die Form einer Regel 'x - y' mit der Bedeutung 'ersetze x durch y' . Das ausgezeichnete Anfangssymbol 'S' für den Satz kann nur als x vorkommen und die natürlichen Konstituenten, unsere Wörter, können nur für y vorkommen.

Eine SPG, die u.a. unseren Satz (0) erzeugt und ausschließlich die einzige Struktur des Satzes (0) erzeugt, hat nun folgendes Regelschema:

(1) S → NP + VP (4) D → das, ein, dieses, unser, manches, ...
(2) NP → D + N (5) N → bild, kind, land, tier, wetter, ...
(3) VP → V + NP (6) V → beißt, fürchtet, kennt, sucht, zeigt ...

Die DERIVATION des Satzes (0) erfolgt in zehn Zuständen, wenn S als Zustand 1 und jeder neue Zustand durch Ausführung einer Operation charakterisiert ist. Die Derivation repräsentiert den Satz stufenweise in zehn unterschiedenen STRUKTURKETTEN. Die letzte Stufe der Wörter wird als ENDKETTE bezeichnet. Die Derivation ordnet dem Satz zugleich, ganz entsprechend der Konstituentenanalyse, seinen strukturellen ERZEUGUNGSBAUM zu.

Ein Satz mit den Attributen blasse alte zu bild wird durch ein SPG' abgeleitet, die zusätzliche Regeln N → A + N und A → alte, blasse, große, ... enthält. Ein Satz wir bleiben wird durch eine SPG" erzeugt, die veränderten Regeln S → NP'+ VP', NP' → - sie, wir, ..., VP'- bleiben, schlafen, . enthält.

Diese Beispiele sollten ausreichen. Das von Chomsky ausgeführte Modell einer SPG erfordert aber noch einige zusätzliche Bemerkungen. Die Elemente der Endkette müssen natürlich noch weiter zerlegt werden, d.h. es werden dabei Morpheme, also kleinste syntaktische Einheiten wie zeig und t abgeleitet, und die tatsächliche Endkette einer SPG ist die Kette der Morpheme. Wohlgemerkt sind aber zeig und t nichts anderes als zweckmäßige Symbole für die entsprechenden Morpheme: zeig und t sind individuelle kleinste syntaktische Einheiten. In einer vollständigen Grammatik müssen nun diesen individuellen Morphem-Symbolen außerdem noch die auf sie zutreffenden Phonemketten zugeordnet werden und zur Vervollständigung dieser Ableitung gehört die Überführung der nun erreichten phonemischen Satzstruktur in eine noch komplexere Struktur, in der die zugehörigen dynamischen und tonischen Akzente, Pausen usw. berücksichtigt sind, in der also die Phonemketten bezüglich zutreffender Prosodemketten geordnet werden.

Eine vollständige SPG repräsentiert somit einen Satz auf zwei Strukturebenen, auf der SYNTAKTISCHEN und auf der PHONOLOGISCHEN EBENE. Auf jeder der Ebenen wird der Satz mithilfe einer Regelmenge abgeleitet. Inwieweit diese Regelmengen geordnet sein müssen, braucht nicht diskutiert zu werden. Die syntaktische Struktur des Satzes wird durch MORPHOPHONEMISCHE REGELN in die phonologische Struktur überführt. Vereinfacht heißt das: der Output der syntaktischen Ebene ist der Input der phonologischen Ebene.

Eine SPG ist jedoch schwerwiegend beschränkt und auf natürliche Sprachen nur bedingt anwendbar, als sie eine große Menge von Sätzen, mathematisch gesprochen fast alle Sätze, nicht abzuleiten vermag. Sätze der Art dieses wetter wird von jedem kind gefürchtet (Passiv) oder dieses von jedem kind gefürchtete wetter gefällt mir (attributiertes partizipiales Attribut) oder dieses bild zeigt unser land und dieses bild zeigt unser kind (Satzverbindung) sind in einer SPG nur unter den größten Komplexionen zusammen mit dem einfachen Aussagesatz (0) und sind auch kaum miteinander erzeugbar. Die Erzeugung der Satzverbindung erforderte z.B. eine Eingangsregel S - S und S, die das Prinzip der SPG durchbrechen würde.

1.2. Aus diesem Grund war das bis hierher dargestellte Grammatikmodell zu erweitern, und zwar derart, daß es auch die oben angegebenen und alle anderen komplexen grammatischen Sätze zu erzeugen vermochte. Eine so erweiterte Chomsky-Grammatik besteht dann aus einem PHRASENSTRUKTURTEIL und einem zusätzlichen sogenannten TRANSFORMATIONSTEIL.

Im Phrasenstrukturteil werden einfache Aussagesätze wie Satz (0) syntaktisch voll abgeleitet. Dieser Teil der Grammatik heißt ihr Kern und die darin abgeleiteten Sätze heißen KERNSÄTZE. Kernsätze werden im Transformationsteil zwei Arten von Transformationen unterworfen. GRAMMATISCHE TRANSFORMATIONEN konvertieren einen Kernsatz in einen Fragesatz, Passivsatz usw., also wieder in einfache Sätze. GENERELLE TRANSFORMATIONEN konvertieren zwei zugrundeliegende Sätze (zunächst Kernsätze) in einen Satz mit komplizierterer Struktur, u. a. in Sätze mit mehrfach zusammengesetzten Satzteilen, in Satzverbindungen und Satzgefüge. Generelle Transformationen können beliebig wiederholt angewandt werden. Bei der Transformation können Konstituenten wegfallen und auch hinzukommen. Von größter Wichtigkeit ist es, daß alle Transformationen keineswegs einfache lineare Umformungen gegebener Ketten sind, sondern Umformungen von Ketten hinsichtlich ihrer Erzeugungsbäume, so daß stets die "Abstammung" der Konstituenten berücksichtigt wird, bzw. immer ganz bestimmte Konstituenten bestimmter Stufen der Umformung unterliegen.

Eine grammatische Transformation von jedes kind fürchtet dieses wetter zu dieses wetter wird von jedem kind gefürchtet erfolgt z.B. durch eine Regel auf ziemlich hoher Strukturstufe, nämlich durch $(NP'_0 + V + NP''_1) \rightarrow (NP''_0 + wird + von + NP'_3 + ge + V)$, wobei o = Nominativ, 1 = Akkusativ, 3= Dativ und die NPs durch Markierung unterschieden sind. - Ein Satz wie die kritik des ministers war nötig kann durch generelle Transformation entweder aus der minister kritisiert plus es war nötig oder aus der minister wird kritisiert plus es war nötig abgeleitet werden, wobei die Regel wieder über höheren Konstituenten formuliert werden kann.

Eine Chomsky'sche TRANSFORMATIONSGRAMMATIK TG besteht somit aus den folgenden Strukturebenen:

(1) einem PHRASENSTRUKTURTEIL, der mittels einer Menge Satzstrukturregeln x → y endlich viele Kernsätze erzeugt;

(2) einem TRANSFORMATIONSTEIL, der mittels einer Menge grammatischer Transformationsregeln x → y endlich viele Sekundärsätze erzeugt

und mittels einer Menge genereller Transformationsregeln x-y unendlich viele generelle Sätze erzeugt;

(3) einer Menge MORPHOPHONEMISCHER BELEGUNGSREGELN x-y;

(4) einem PHONOLOGISCHEN TEIL, der mittels Mengen von Abteilungsregeln x - y und Transformationsregeln x-y den Kernsatz- oder transformierten Strukturen ihre phonemische und prosodemische Repräsentation zuordnet.

1. 3. Eine TG ist derart eine ERZEUGUNGSGRAMMATIK, von der angenommen wird, daß sie mindestens für eine Reihe natürlicher Sprachen zutreffend konstruiert werden kann und daß sie diese Sprache wahrscheinlich sogar am einfachsten erklärt. Sie liefert tatsächlich die konsequente Erklärung eines jeden Satzes der zugrundeliegenden Sprache, indem sie für ihn auf allen grammatischen Ebenen und damit in allen traditionellen grammatischen Bereichen (Syntax, Morphologie, Wortbildung, Phonologie, Prosodie usw.) strukturelle Repräsentationen liefert, die sich genügend bedingen. Sie erklärt überhaupt den Begriff Satz und alle untergeordneten Begriffe, indem sie diese Einheiten in systematischem Zusammenhang ableitet.

Dazu ist allerdings noch eine wesentliche Voraussetzung zu machen: die nämlich, daß die grammatische Richtigkeit von Sätzen entscheidbar ist, so daß man für jede Wortsequenz x bezüglich einer Sprache L effektiv angeben kann, ob $x \in L$ oder $x \notin L$. Wenn das zutrifft, d.h. wenn eine Sprache L eine rekursiv aufzählbare Menge von Sätzen darstellt, dann ist eine TG genau der zugehörige Algorithmus, der alle und nur die grammatisch richtigen Sätze von L erzeugt. Eine TG kann dann ihrem Wesen nach auch als REKURSIVE GRAMMATIK bezeichnet werden.

2. Die letzten Bemerkungen machen deutlich, daß eine TG nicht bloß einer mathematischen Behandlung zugeführt werden kann, sondern direkt mathematisch begründbar ist. Eine empirische Disziplin wie die Grammatik erlaubt allerdings nur dann eine mathematische Begründung, wenn eine Theo-

retisierung der Voraussetzungen erfolgt ist. Nach den vielen erfolglosen Versuchen, die grammatischen Begriffe stichhaltig zu definieren, ein grammatisches System aufzubauen, eine vollständig gültige Analyseprozedur für Grammatiken zu entwerfen, ist neuerdings nach und nach erkannt worden, daß die beobachtbaren Daten der Sprache allein die verworrenen sprachlichen Fakten nicht erklären können und daß dies offenbar nur eine HPOTHETISCHE THEORIE über den Daten vermag. In ihr sind Satz , Morphem, Prosodem, Attribut, Subjekt, Imperativ, Passiv, Akkusativ, Plural rein theoretische Begriffe und haben ihre Definition ausschließlich im Zusammenhang des Systems.

Die Aufgabe einer mathematischen Theorie dieses Sprachsystems besteht nun darin, einen eindeutigen ALGORITHMUS für die formale Darstellung des Systems anzugeben. Ein Algorithmus ist eine endliche Vorschrift zur Veränderung von Zeichenreihen. Um eine Veränderung von Zeichenreihen handelt es sich aber ganz offensichtlich, wenn aus einem Grundsymbol 'S' verschiedenartig gestufte und verschiedenartig zusammengesetzte Zeichenketten erzeugt werden sollen. Die Aufgabe einer mathematischen Theorie besteht insbesondere darin, einen möglichst allgemeinen Algorithmus zu finden, der es unter anderem erlaubt, die grundlegenden Eigenschaften der Grammatik rein formal zu studieren. Mit dem Begriff Algorithmus und dem Wesen der TG ist bereits angekündigt, daß die Mathematisierung der Grammatik eine Anwendung der Grundlagenmathematik bedeutet, also mengen-, funktionen- und gruppentheoretischer Elemente.

Chomsky hat verschiedene Algorithmensysteme auf ihre Eignung für die Grammatik natürlicher Sprachen untersucht. Dabei hat sich die SPG als ein eigenständiges spezielles Algorithmensystem erwiesen. Bar - Hillel hat mit einigen anderen das von Chomsky gegebene Schema kürzlich noch stärker differenziert. Im übrigen haben beide das brauchbarste System, eben die SPG, mathematisch genauer beschrieben. Im Augenblick lassen sich die folgenden Feststellungen treffen: Die meisten Ergebnisse liegen über den Phrasenstrukturteil vor; für die Erzeugung von Kernsätzen ist

das weitaus stärkste Algorithmensysten, die Turingmaschine, zu wenig strukturiert und damit zu weit. Das schwächste Algorithmensystem, der unbedingte Markoff-Prozeß, ist für eine Vielzahl von Strukturen zu eng. Eine SPG ist ein vom Zweck her modifiziertes System zwischen den beiden extremen Systemen. Dagegen ist der Transformationsteil wegen seiner Eigenschaft, seiner Regelmenge Ketten in beliebiger Folge und beliebig oft zu unterwerfen, d.h. eine abzählbar unendliche Menge von Sätzen aufzuzählen. der universellen Turingmaschine äquivalent. Für den phonologischen Teil kann angenommen werden, daß viele Ergebnisse zum Phrasenstrukturteil ohne wesentliche Änderungen auf ihn zu übertragen sind.

2.1. Es folgt nun eine stark gekürzte und vereinfachte Fassung des von Bar-Hillel und anderen für den Phrasenstrukturteil entworfene Systems.

(1) Vorausgesetzt sei ein endliches Alphabet oder VOKABULAR V = $\langle \ldots, X, Y, Z \rangle$. Endliche Folgen $\ldots, x, y, z$ von Symbolen aus V sollen KETTEN über V heißen. Das Symbol "I" bezeichnet die LEERE KETTE . Mengen L von Ketten über V sollen SPRACHEN über V heissen. Das Symbol "W_v" bezeichne die Menge aller Ketten über V. Wenn $x = x_1 \ldots x_m$ und $y = y_1 \ldots y_n$, dann ist die VERKETTUNG von x und y die Kette $xy = x_1 \ldots x_m y_i \ldots y_n$.
W_v ist eine freie HALBGRUPPE mit Identität I über der Erzeugermenge V unter der Operation der Verkettung.

(2) Ein SIMPLE PHRASE STRUCTURE SYSTEM SPS ist ein geordnetes Paar (V, P), wobei V ein endliches Vokabular ist und P eine endliche Menge von Produktionen der Form: $X \rightarrow x$ (mit $X \neq X$, $X \in V$, $x \in W_v$ und eventuell $x = I$.

(3) y erzeugt unmittelbar z, kurz "$y \Rightarrow z$", wenn $y = uXv$ und $z = uxv$ und $\langle X - x \rangle \in P$.

(4) y erzeugt z, kurz "$y \overset{*}{\Rightarrow} z$", wenn es eine Folge von Ketten $z_o, z_1, \ldots, z_r$ mit $r \geqslant 0$ gibt, so daß $y = z_o$, $z_r = z$ und $z_{i-1} \Rightarrow z_i$ für $i = 1, \ldots, r$.

Die Folge $z_o, z_1, \ldots, z_r$ heiße ein ERZEUGUNGSBAUM von z aus y.
Wenn $x \overset{t}{\Rightarrow} y$ und $y \overset{t}{\Rightarrow} z$, so $x \overset{t}{\Rightarrow} z$;
Wenn $x_1 \overset{t}{\Rightarrow} y_1, x_2 \overset{t}{\Rightarrow} y_2, \ldots, x_n \overset{t}{\Rightarrow} y_n$, so $x_1 x_2 \ldots x_n \overset{t}{\Rightarrow} x_1 y_2 \ldots y_n$;
Wenn $x \overset{t}{\Rightarrow} y$ und $x \Rightarrow x_1 \ldots x_n$, so gibt es Ketten $y_1, \ldots, y_n$, so daß $x_i \overset{t}{\Rightarrow} y_i$ mit $i = 1, \ldots, n$ und $y = y_1 \ldots y_n$.

(5) Eine SIMPLE PHRASE STRUCTURE GRAMMAR SPG ist ein geordnetes Quadrupel (V, P, T, S), wobei (V, P) ein SPS ist, T eine Untermenge von V und S ein ausgezeichnetes Symbol aus V-T.

T heiße das TERMINALE VOKABULAR und erfülle die Bedingung, daß seine Elemente nur auf der rechten Seite von Produktion $(X \rightarrow x)$ e P vorkommen. V - T heiße das nichtterminale oder HILFSVOKABULAR H; sein Element S komme nur auf der linken Seite von Produktionen $(X \rightarrow x)$ e P vor.

x heiße ein SATZ aus G, wenn x eine Kette über T ist und $S \overset{t}{\Rightarrow} x$ im SPS VP. L (G) ist sodann die Menge aller Sätze von G: $L(G) = \langle x \,/\, x \text{ e } W_T \,\&\, S \overset{t}{\Rightarrow} x \rangle$.

(6) Eine Sprache L ist darstellbar durch eine SPG oder heißt eine SIMPLE PHRASE STRUCTURE LANGUAGE SPL, wenn es eine SPG G gibt, so daß L = L(G).

Nach diesem elementaren Aufbau sollen noch einige wenige grundlegende Eigenschaften konstruiert werden.

(7) Eine SPG G = (V, P, T, S) heiße eine REDUZIERTE SPG, wenn L(G) = $\emptyset$, V =$\langle$S$\rangle$, P=T=$\emptyset$, oder wenn L(G) $\neq \emptyset$, falls die beiden Bedingungen erfüllt sind:
(i) für jedes A e V gibt es Ketten u,v, so daß $S \overset{t}{\Rightarrow} uAv$;
(ii) für jedes A e V - T gibt es eine Kette t e W_T, so daß $A \overset{t}{\Rightarrow} t$.

(8) Sei G = (V, P, T, S) eine SPG und enthalte V n Symbole. Ein Symbol A e V heiße ein einbettendes Symbol, wenn A e $\langle A_1, \ldots, A_n \rangle$, und die SPG G heiße eine EINBETTENDE SPG, wenn ein Symbol A e V einbettend ist. - A ist somit einbettend, wenn es eine nichttriviale Erzeugung $A \overset{t}{\Rightarrow}$ uAv gibt.

(9) G sei eine reduzierte 2-SPG, d.h. eine reduzierte SPG mit Kettenlänge $l(x) \geq 2$ für jedes x in X→x e P. Dann ist L(G) UNENDLICH, wenn G einbettend ist.

<u>2.2.</u> Wie leicht zu sehen ist, muß jede SPG, die für eine natürliche Sprache kontruiert wird, zweckmäßigerweise die Form einer reduzierten SPG haben, d.h. es darf in ihr kein Symbol A von V geben, das nicht in irgendeiner der Erzeugungen von S vorkommt, und jedes Hilfssymbol A von V-T muß eine Endkette t erzeugen. Damit sind aus einer SPG alle überflüssigen Symbole des Vokabulars V eliminiert. Die Eigenschaft der Reduktion wird zu einer notwendigen Bedingung, wenn es sich darum handelt, eine unendliche SPL zu erzeugen oder andererseits die Endlichkeit oder Unendlichkeit einer SPL effektiv zu entscheiden. Es ist gleichfalls leicht einzusehen, daß das einbettende Symbol A einer SPG, das ja die Grundlage für die Erzeugung unendlich vieler Sätze darstellt, durch S erzeugt sein und ein t erzeugen muß. Außerdem ist es offensichtlich notwendig, daß bei $A \overset{t}{\Rightarrow} uAv$ nicht u und v zugleich leere Ketten sein dürfen, da sonst trivialerweise eine Erzeugung $S \overset{t}{\Rightarrow} A_1 \overset{t}{\Rightarrow} A_n \overset{t}{\Rightarrow} t$ erfolgt; G muß also eine 2-SPG sein.

Ein Beispiel für den Fall einer reduzierten und einbettenden und daher unendlich viele Sätze erzeugenden SPG liefert die oben skizzierte SPG' mit den zusätzlichen Regeln N → A+N und A → <u>alte</u>, <u>blasse</u>, <u>große</u>, ... für die Erzeugung von Adjektivattributen wie ... <u>blasse alte bild.</u> Aufgrund einer solchen primitiv rekursiven Regel N → A+N gibt es dann tatsächlich k Satzstrukturen mit k = 1, 2, 3, ... Wenn nun für eine SPG behauptet wird, daß sie endlich viele Sätze erzeugt, so darf sie entweder (abgesehen von den übrigen Bedingungen) kein einbettendes Symbol A enthalten oder

k muß z.B. in Übereinstimmung mit psychologischen Daten fest gewählt werden, so daß etwa einem Nomen nur k = 1, 2, ..., n Adjektive attribulierbar sind.

3. Die abschließenden Bemerkungen zur Beurteilung des Erzeugungsmodells sollen kurz gehalten werden.

(1) Die soeben gewürdigte Rekursivität von Erzeugungsgrammatiken bedeutet, daß der "Satz" das zentrale Definiendum oder Explicandum jeder dieser Grammatiken ist. Alle durch das Konzept erzeugbaren Satzstrukturen zusammen sind das Definiens dieses Begriffs. Es versteht sich von selbst, daß dieser Aufbau einer Grammatik gegenüber der herkömmlichen Deskription einen bemerkenswerten Unterschied aufweist. Während sonst einer Grammatik ein Corpus von Äußerungen als Material geschlossen zugrundeliegt, das durch die Grammatik in erschöpfender Weise repräsentiert werden sollte, ist eine Erzeugungsgrammatik grundsätzlich nicht auf ein begrenztes motiviertes Material eingerichtet, sondern ist aufgrund ihrer hypothetischen Begründung und ihres entsprechenden Aufbaus ein Mechanismus zugleich zur VORHERSAGE VON SÄTZEN, die sich möglicherweise noch in keinem Corpus auffinden lassen. Das läßt aber einen noch tiefer liegenden Unterschied zutage treten. Eine materialbezogene und materialbeschränkte Grammatik differenziert nicht zwischen grammatisch normgerechten und grammatisch abweichenden Sätzen, so daß sie, nach Einbeziehung immer neuer Materialmengen, nahe an die folgende Satzdefinition gelangen könnte: Jede endliche Folge von Wörtern dieser Sprache ist ein Satz. Indem Erzeugungsgrammatiken auf die Erzeugung unendlicher Mengen von Sätzen eingestellt sind, ergibt sich für sie dieses Problem von Anfang an. Sie erfordern daher von Anfang an eine günstige Lösung des Problems der Grammatikalität.

(2) Die Rekusivität der beschriebenen Modelle gilt nur, wie schon erwähnt, wenn für jedes $x \in W_T$ entschieden werden kann, ob $x \in L$ oder $x \notin L$. Diese Bedingung kann durch gewisse empirische Gegebenheiten als erfüllt angesehen werden. Im einzelnen läßt sich feststellen, daß nahezu jeder Sprecher der Sprachgemeinschaft bzw. eines grammatischen Dialekts die GRAMMATIKALITÄT oder "Wohlgeformtheit" (nicht die Wahrheit, Schönheit usw.) sprachlicher Äußerungen zu beurteilen vermag, und zwar ohne zusätzlichen Kontext und mit einer Wahrscheinlichkeit nahe 1; daß ferner selbst oder gerade semantisch unsinnige Sätze in dieser Hinsicht einwandfrei entschieden werden; daß schließlich natürliche Sprachen nahezu unbedingt und ohne Rücksichten auf die Intelligenzebene lehrbar und erlernbar sind. Alle drei Feststellungen sprechen für den mechanischen Charakter der Entscheidung über die Grammatikalität. Unter nur geringfügiger Idealisierung der Fakten kann nahezu jeder Klassifikator der Grammatikalität als Turingmaschine vorgestellt werden, die jeden Satz einem mechanischen Programm gemäß entscheidet. Mit der gleichen geringfügigen Idealisierung kann dann behauptet werden, daß eine natürliche Sprache eine rekursive Menge ist .

(3) Der Begriff der Grammatikalität und die ihm entsprechende Konstruktion von Erzeugungsgrammatiken schließen ein, daß zwar grammatisch richtige, aber sematisch völlig beliebige Sätze erzeugt werden. Hinsichtlich der SEMANTIK liefern Erzeugungsgrammatiken alle über den grammatischen Endketten überhaupt möglichen Kombinationen des Wortschatzes. Wenn zwar auch alle semantischen Beziehungen, die syntaktisch aufzulösen sind, voll erklärt werden (so z.B. Beziehungshomonymien wie subjektiver und objektiver Genitiv), so gibt es doch vorerst in Grammatiken keinen Mechanismus zur Erzeugung aller und nur der semantisch richtigen Sätze. Die Frage ist unbeantwortet, ob überhaupt ein Entscheidungsverfahren für die Semantik von Sätzen empirisch begründbar ist. Diese Frage besteht im engeren aus den Fragen, ob bei Berücksichtigung genügend vieler Situationen eine Äußerung überhaupt eine feste Grenze zur sprachlichen Unsinnigkeit anzugeben ist, ob ferner zumindest ein begrenzter Mechanismus für eine enge "Semantizität" konstruierbar ist, auf den alle übrigen Äußerungen als Abweichungen systematisch bezogen werden können. Da sich die Erklärungen einer Erzeugungsgrammatik prinzipiell auf die sprachliche Struktur beziehen, glaubt man im Augenblick noch, Erscheinungen

der Semantik oder etwa auch der Stilistik als unzugehörige Verwendungen, als sprachliche Funktion behandeln zu dürfen. Mehr und mehr setzt sich aber auch die Einsicht durch, daß die Entscheidung über Struktur und Funktion in weitem Maße gewissen Fragen der Zweckmäßigkeit und günstigsten Einrichtung des Systems folgt. Es gibt starke Bemühungen, in die neuere Sprachtheorie auch strukturelle Entwürfe für die Semantik einzubeziehen. Mit der bisherigen Vernachlässigung der Semantik stehen Erzeugungsgrammatiken jedenfalls nicht hinter deskriptiven Grammatiken zurück, insofern nämlich auch da zwar immer an semantisch richtigen Sätzen demonstiert wird, aber keine Vorschriften zur Bildung semantisch richtiger Sätze gegeben sind.

Literaturverzeichnis

Y. BAR-HILLEL, M. PERLES, E. SHAMIR (1961): On formal properties of simple phrase structure grammars, Zeitschrift f. Phonetik 14.143 - 172

N. CHOMSKY: Syntactic structures, Den Haag 1957

N. CHOMSKY (1959): On certain formal properties of grammars, Information and Control 2.137 - 167

H. PUTNAM: Some issues in the theory of grammar, in R. Jakobson (ed.), Structure of language and its mathematical aspects, Proceedings of symposia in applied mathematics 12, Providence 1961, 25 - 42

S.K. SAUMJAN, in: G.F.MEIER (ed.): Zeichen und System der Sprache, Bd. 2, Berlin 1962, 187 - 199.

EIN ENTSCHEIDUNGSVERFAHREN FÜR DEN AUSSAGENKALKÜL UND SEINE REALISATION IN EINEM RECHENAUTOMATEN

von Gerd V e n k e r , Tübingen

Die beiden herkömmlichen Methoden zur Entscheidung der Allgemeingültigkeit einer aussagenlogischen Formel sind 1) das Aufstellen einer Wertetafel, 2) die Umrechung in die konjunktive Normalform (bzw. disjunktive Normalform bei Entscheidung der Erfüllbarkeit). Die Nachteile dieser Methoden zeigen sich, wenn man darangeht, Beispiele explizite durchzurechnen, oder gar das Entscheidungsverfahren als Unterverfahren für umfassendere Beweisalgorithmen benutzt, etwa für den Prädikatenkalkül (Gilmore, 1960; Davis und Putnam 1960). Die Größe einer Wertetafel verdoppelt sich bei jeder Hinzunahme einer weiteren Aussagenvariablen. Die Umformung in die Normalform hat den Nachteil, daß hierbei i.a. die Länge der Formel erheblich zunimmt: zunächst beim Eliminieren der Äquivalenzen zugunsten von "und" , "oder" , "nicht" ; dann weiter bei Anwenden der Distributivgesetze (Ausmultiplizieren).
Bei dieser Umformung entstehen i.a. viele Glieder, die eine Atomformel zugleich mit ihrer Negation enthalten; das Weglassen von solchen Gliedern ändert aber nichts an der Allgemeingültigkeit einer konjunktiven Normalform (bzw. an der Inkonsistenz einer disjunktiven Normalform).

Wir wollen eine konjunktive (disjunktive) Normalform <u>halbreduziert</u> nennen, wenn sie kein Konjunktionsglied (Disjunktionsglied) enthält, in dem eine Atomformel zugleich mit ihrer Negation vorkommt.

Das zu beschreibende Verfahren wird uns nebenher direkt die halbreduzierten Normalformen liefern; falls eine der so definzierten Normalformen leer ist, ist die Formel als allgemeingültig bzw. inkonsistent erkannt.

Das Verfahren ist eine Art Umkehrung der Wertetafel-Methode; es hat eine gewisse Ähnlichkeit mit dem Verfahren des "natürlichen Schließens"

(Gentzen, 1934), wie es etwa von Wang (1960) verwandt wurde; die gleiche Methode benutzt auch Prawitz (1960) für ein Beweisprogramm für den Prädikatenkalkül. Dem Verfahren liegt folgender Gedanke zugrunde:

Um eine Formel auf Erfüllbarkeit zu prüfen, machen wir die Annahme, die Formel habe den Wert w (wahr) für eine, im Augenblick noch unbekannte Interpretation. Aus dieser Annahme können wir auf die Wahrheitswerte der Teilformeln bei dieser Interpretation schließen: Wenn die Formel F von der Gestalt A.B ist, so müssen unter der Annahme, daß F wahr ist, auch A und B wahr sein bei dieser Interpretation. Der gleiche Schluß wird dann auf die Unterformeln A und B angewandt, usw.; und wenn es gelingt, die kleinsten Bestandteile der Formel, die Atomformeln, ohne Widerspruch zu bewerten, d.h. ohne daß eine Atomformel gleichzeitig den Wert w und f erhält, so ist unsere Annahme richtig, die Formel ist erfüllbar; andernfalls ist die Formel inkonsistent.

Das Verfahren ist eine Systematisierung dieses Gedankens: Um eine Formel auf Erfüllbarkeit zu prüfen, wird sie mit w bewertet, dann werden die Unterformeln sukzessive bewertet nach den folgenden Regeln (diese ergeben sich direkt aus den Definitionen der logischen Verknüpfungen).

Formel	Wert	1. Alternative	2. Alternative
- A	w	A : f	
- A	f	A : w	
A.B	w	A : w , B : w	
AvB	f	A : f , B : f	
A → B	f	A : w , B : f	
A.B	f	A : f	B : f
AvB	w	A : w	B : w
A → B	w	A : f	B : w
A → B	w	A : w , B : w	A : f , B : f
A → B	f	A : w , B : f	A : f , B : w

Diese Regeln zerfallen in vier Gruppen. Die beiden Regeln der ersten Gruppe sind unproblematisch: die nicht-negierte Formel erhält einfach die entgegengesetzte Bewertung wie die negierte.
In der zweiten Gruppe werden zwei Unterformeln gleichzeitig bewertet. Da immer nur die Konsequenzen einer Bewertung zur Zeit weiterverfolgt werden können, wird eine der beiden Unterformeln, etwa B, in eine hierfür vorgesehene Liste, die V-Liste gebracht, und erst später weiterbehandelt. Bei den Regeln der dritten Gruppe tritt eine Verzweigung auf: es gibt zwei Möglichkeiten, die Unterformeln zu bewerten (z.B. bei der ersten Regel entweder A mit f und B beliebig, d.h. B wird gar nicht bewertet, oder B mit f und A beliebig). Hier wird zunächst die erste Möglichkeit weiter verfolgt, die zweite, d.h. die Unterformel mit ihrer vorgesehenen Bewertung, in der A-Liste (Alternativ-Luste) vorgemerkt. Wenn später ein Widerspruch auftaucht, werden wir auf diese 2. Alternative zurückgehen.
In der vierten Gruppe schließlich treten beide Fälle gemischt auf: beide Unterformeln werden gleichzeitig bewertet, eine davon kommt auf die V-Liste (1. Möglichkeit); die zweite Möglichkeit (die Unterformeln mit den Alternativbewertungen) wird auf der A-Liste vorgemerkt.

Das Verfahren läuft nun ab bis zu den Bewertungen der Atomformeln, hierbei können drei Fälle eintreten:
a) Die Atomformel ist noch nicht bewertet gewesen.
b) Die Atomformel hatte schon die gleiche Bewertung wie die jetzt vorzunehmende.
In diesen Fällen ist ein Teilzweig vorläufig zum Abschluß gekommen, wir müssen aber jetzt noch die Unterformeln weiterbehandeln, die wir vorher auf die V-Liste gesetzt hatten; das Verfahren läuft also weiter mit der zuletzt in der V-Liste gespeicherten Unterformel.
c) Die Atomformel hatte schon entgegengesetzte Bewertung wie die jetzt vorzunehmende.
In diesem Falle würde ein Widerspruch auftreten (wir dürfen nicht eine Atomformel gleichzeitig mit w und f bewerten); um diesem auszuweichen,

gehen wir zurück zu dem zuletzt aufgetretenen Verzweigungspunkt (der in der A-Liste vorgemerkt ist), löschen alle von dieser Stelle an vorgenommenen Bewertungen, bringen außerdem die V-Liste auf den gleichen Stand, wie sie beim Auftreten dieser Alternative vorlag, und versuchen es von hier aus mit der 2. Möglichkeit.

Das Verfahren muß auf genau eine von zwei Arten abbrechen:

1) Es tritt der Fall c) ein, und die A-Liste ist leer, d.h. es gibt keine Möglichkeit mehr, einem Widerspruch auszuweichen. Das heißt aber: es ist auf keine Weise möglich, die Aussagenvariablen so zu bewerten, daß die Formel den Wert w erhält, die Formel ist also inkonsistent.

2) Im Fall a) oder b) ist die V-Liste leer. Dann ist es gelungen, die Atomformeln so zu bewerten, daß die Formel den Wert w annimmt; die Formel ist erfüllbar.

In diesem Falle leistet das Verfahren noch mehr; wir können nämlich jetzt eine halbreduzierte disjunktive Normalform der Ausgangsformel gewinnen (im Fall 1) ist diese leer) auf folgende Weise:
Die in diesem Zweig bewerteten Atomformeln liefern eine Interpretation, für die die Formel den Wert w annimmt (Variable, die in diesem Zweig nicht vorkommen, können beliebige Werte haben, ohne daß dies etwas am Wert w der Formel ändert); das entspricht aber gerade einem Glied der halbreduzierten disjunktiven Normalform, indem wir die mit f bewerteten Variablen negieren, die mit w bewerteten unnegiert lassen, und all diese durch Konjunktion verbinden.
Zu einem zweiten Glied der Normalform kommen wir, indem wir wieder bis zu der zuletzt aufgetretenen Verzweigung zurückgehen (und natürlich alle von dort an vorgenommenen Bewertungen löschen), und es von hier mit dem anderen Zweig versuchen; tritt im folgenden wieder der Fall 2) ein, so erhalten wir ein weiteres Glied der Normalform; und so erhalten wir alle Glieder, bis das Verfahren mit Eintreten von Fall 1) endet.

Um eine Formel auf Allgemeingültigkeit zu prüfen, versuchen wir die Atomformel so zu bewerten, daß die Formel den Wert f erhält, d.h. die Formel wird jetzt mit f bewertet, das Verfahren läuft analog ab. Bei Eintreten von Fall 1) ist die Formel als allgemeingültig erkannt; bei Fall 2) ist sie nicht allgemeingültig, und wir können dann in analoger Weise eine halbreduzierte konjunktive Normalform unserer Ausgangsformel erhalten (dazu müssen jetzt jeweils die mit w bewerteten Atomformeln negiert werden, die mit f bewerteten bleiben unnegiert).

Wir erläutern das Verfahren an einem einfachen Beispiel: Die Formel (A - B) - (- B - - A) soll auf Allgemeingültigkeit geprüft werden.

	(A	→	B)	↔	(-B	→	-A)
1.				f			
2.		w̸				f̸	
3.	f̸				w̸		f̸ !
4.			w̸		w̸ !		
5.		f				w	
6.	w		f		f̸ !		w !

Das Schema ist folgendermaßen zu verstehen:
1. Die Formel wird mit f bewertet. Sie zerfällt in die beiden Unterformeln U = (A - B) und V = (-B - - A).
2. U wird mit w, V mit f bewertet (letztere kommt in die V - Liste); die andere Alternative (U mit f und V mit w) kommt in die A-Liste (Alternativen sind im Schema durch Unterstreichung gekennzeichnet). U mit w wird weiterverfolgt.
3. A erhält den Wert f (Alternative), B mit w kommt in die A - Liste. V wird aus der V - Liste geholt, -B erhält den Wert w, -A den Wert f, d.h. B=f und A=w. Widerspruch gegen A=f! Also zurück zu der zuletzt aufgetretenen Alternative, die 3. Zeile wird gelöscht.
4. B erhält den Wert w (aus der A-Liste). In der V-Liste steht wieder V mit f, wieder ergibt sich -B=w, d.h. B=f, Widerspruch!

Zurück zu der letzten Alternative; die 2. und folgende Zeilen werden gelöscht, der V-Keller ist leer.

5. U mit f und V mit w werden aus der A - Liste geholt; V mit w kommt zunächst in die V-Liste.

6. U mit f ergibt A=w und B=f. V mit w wird aus der V - Liste geholt und ergibt als erste Alternative -B=f, d.h. B=w, Widerspruch! Zweite Alternative: -A=w, also A=f, ebenfalls Widerspruch!

Jetzt ist die A-Liste leer, und damit die Formel als allgemeingültig erkannt.

Das gleiche Beispiel bei Prüfung auf Erfüllbarkeit:

	(A	→	B)	↔	(-B	→	-A)	
1.				w				
2.		w				w		
3.	f̸				f̸			liefert A=f , B=w
4.							w̸	liefert A=f
5.			w		f̸			liefert B=w
6.							w	liefert B=w . A=f
		- - -	- - -	- - -				
7.		f				f		
8.	w		f		w		f	liefert A=w , B=f

Damit haben wir die halbreduzierte disjunktive Normalform (- A.B) v -A v B v (B. -A) v (A. -B).

Hier ist noch das erste und das vierte Glied redundant, so daß wir endgültig erhalten: - A v B v (A. - B).

Das Verfahren wurde realisiert durch ein Programm für den Digitalrechner Siemens 2002 (Einadreßmaschine mit fester Wortlänge, 2000 Worte Kernspeicher). Von besonderer Bedeutung für die Wirksamkeit des Verfahrens war die Wahl einer geeigneten Darstellung der Formeln in der Maschine.

Vor dem eigentlichen Beweis wird die zu untersuchende Formel von einem eigenen Formelübersetzer in eine Gestalt gebracht, die das Zusammenwirken der Verknüpfungen untereinander leicht erkennen läßt, damit werden langwierige Klammerabfragen während Ablauf des Beweises vermieden. Und zwar sind die Verknüpfungen in ihrer natürlichen Reichenfolge, d.h. wie sie im Laufe des Verfahrens gebraucht werden, in aufeinanderfolgenden Worten angeordnet; wo diese Reihenfolge durchbrochen werden muß, ist der Anfang der entsprechenden Unterformel gesondert vermerkt (es ist dies eine Modifizierung der auf Lukasiewicz (1930) zurückgehenden sog. polnischen Notation).

Wesentlich ist, daß der ganze Beweis innerhalb der in dieser Weise gespeicherten Formel geführt wird; und zwar entspricht die Bewertung einer Unterformel dem Vorzeichen der Zelle, in der ihre Hauptverknüpfung steht. Jede Atomformel ist durch nur eine Adresse gekennzeichnet, unabhängig davon, wie oft sie in der Formel vorkommt; somit kann die Fallunterscheidung a), b), c) ohne längeren Vergleich vorgenommen werden. Bei Vormerkungen in der A- oder V-Liste wird jeweils nur eine für die betreffende Unterformel charakteristische Adresse festgehalten (die Adresse der Zelle, in der ihre Hauptverknüpfung steht); ein zeit- und platzraubendes Abspeichern oder Umkopieren von ganzen Formelteilen wird also in jedem Fall vermieden. Durch diese Maßnahmen wurde erreicht, daß der Beweis ganz im Kernspeicher geführt werden kann, dabei können Formeln mit einer Maximalzahl von 50 Verknüpfungen verarbeitet werden.

Das vollständige Programm enthält außer dem eigentlichen Beweisprogramm und dem schon erwähnten Formelübersetzer noch ein Unterprogramm, durch welches die halbreduzierten Normalformen, wenn möglich, weiter reduziert werden; durch ein Druckprogramm werden diese dann in der gewöhnlichen Schreibweise ausgedruckt. Das gesamte Programm umfaßt etwa 1000 Befehle, davon 400 für das eigentliche Beweisprogramm.

Es wurde eine Anzahl von Beispielen durchgerechnet, um die Wirksamkeit des Verfahrens zu testen und es mit anderen zu vergleichen. Die etwa 200 aussagenlogischen Sätze aus den Principia Mathematica konnten von Wang (1960) in 3 min. bewiesen werden; Dunham, Fridshal und Swart brauchten hierzu 2 min. mit einem Verfahren, das eine Verbesserung der Wertetafel-Methode darstellt; beide Programme sind für die IBM 704 geschrieben. Mit unserem Verfahren würden wir für den Beweis dieser Sätze insgesamt ca 1 min. benötigen; unter Berücksichtigung der etwa 10 mal größeren Rechengeschwindigkeit der IBM 704 gegenüber der von uns verwendeten Siemens 2002 ergibt sich also, gemessen an diesen Beispielen, ein Zeitfaktor 20 - 30 zugunsten unseres Programms.

Es gibt Beispiele, bei denen die Vorzüge unseres Verfahrens noch mehr hervortreten: Wang gibt eine Formel an, für deren Beweis er 30 min. braucht (in der Formel treten 13 Äquivalenzen auf), die gleiche Formel wird mit unserem Programm in 2 sec. als allgemeingültig nachgewiesen. Gilmore (1960) verwendet im aussagenlogischen Teil seines Beweisverfahrens für den Prädikatenkalkül die Umformung in die Normalform. Der Beweis einer Formel (Gilmore, Bsp. 4) mußte dort abgebrochen werden, weil nach 21 min. der Speicherplatz der Maschine (IBM 704) erschöpft war; die entsprechende aussagelogische Formel wurde mit unserem Programm in 80 sec. bewiesen; bei anderen Beispielen sind die Verhältnisse ganz ähnlich.

Wenn man das Entscheidungsverfahren speziell als ein solches Unterverfahren für einen umfassenderen Beweisalgorithmus benutzen will, kann man von Formeln ganz bestimmter Bauart ausgehen (Davis und Putnam (1960) entwickeln ein solches Verfahren). Auch unser Verfahren läßt sich in dieser Hinsicht spezialisieren: Versuche in der Richtung ergaben einen zusätzlichen Gewinn an Schnelligkeit gegenüber dem beschriebenen Programm.


```
BEISPIELE AUS PRINCIPIA MATHEMATICA


5.17   + ((PVQ).-(P.Q)):(P:-Q) +

ALLGEMG.  29 BW.

DISJ.NF.  29 BW.
(P.-Q)V(-P.Q)V(P.Q)V(-P.-Q)


5.32   + (P/(Q:R)):((P.Q):(P.R)) +

ALLGEMG.  37 BW.

DISJ.NF.  45 BW.
(P.Q.R)V(-P)V(-Q.-R)V(P.Q.-R)V(P.-Q.R)


5.75   + ((R/-Q).(P:(QVR)))/((P.-Q):R) +

ALLGEMG.  25 BW.

DISJ.NF.  16 BW.
(R.-Q.P)V(-R.-P)V(-R.Q)V(-R.-Q.P)V(Q.-P)V(R.-P)
V(R.Q)


BEISPIEL ZUR UMRECHNUNG AUF NORMALFORM


   + (GXY/(GYZ.GZZ)).((GXY.HXY)/(HXZ.HZZ)) +

CONJ.NF.  11 BW.
(-GXYV-HXYVHXZ).(-GXYV-HXYVHZZ).(-GXYVGYZ).(-GXYVGZZ)

DISJ.NF.  15 BW.
(GYZ.GZZ.HXZ.HZZ)V(-GXY)V(GYZ.GZZ.-HXY)
```

Originalausdrucke einiger Beispiele

Der in " " eingeschlossene Teil ist jeweils die Eingabe der Formel. Dabei ist " : " als Äquivalenz, " / " als Implikation zu lesen. Ausgedruckt werden die reduzierten Normalformen, sowie die Anzahl der während des Beweises gemachten Bewertungen; letztere ist ein Maß für die Länge des Beweises. 1 BW. entspricht 5 - 10 msec.

Schrifttumsverzeichnis

(Diese Arbeit ist ein Auszug aus der Diplomarbeit des Verfassers und bildete das Manuskript zu einem Vortrag bei der 10. Karlsruher Lerntagung am 19. Juli 1963).

DAVIS, M., PUTNAM, H.: A Computing Procedure for Quantification Theory. J. Ass. Comp. Mach. 7, 201-215 (1960).

DUNHAM, B., FRIDSHAL, R., SWARD, G.L.: A Non-Heuristical Program for Proving Elementary Logical Theorems UNESCO/NS/ICIP/ 1.6.10. (1959).

GENTZEN, G.: Untersuchungen über das logische Schließen. MZ. 39, 176-210, 405-431 (1934/35).

GILMORE, P.C.: A Proof Method for Quantification Theory: Its Justification and Realisation IBM-J. Res. Dev. 4, 28-35 (1960).

HILBERT, D., ACKERMANN, W.: Grundzüge der theoretischen Logik. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1959

LUKASIEWICZ, J., TARSKI, A.: Untersuchungen über den Aussagenkalkül. C.R. Soc. Sci., Varsovie, Kl. III Warschau 1930.

PRAWITZ, D., PRAWITZ, H., VOGHERA, N.: A Mechanical Proof Procedure and its Realisation in an Electronic Computer. J. Ass. Comp. Mach. 7, 102 - 128 (1960).

WANG, H.: Towards Mechanical Mathematics. IBM-J. Res. Dev. 4, 2-22 (1960).

WHITEHEAD, A.N., RUSSELL, B.: Principia Mathematica. I. Cambridge 1925.

Eingegangen 20. 8. 1963

DIE AUTOREN VON BAND 4/1963

Baumgärtner, Klaus, 8 München-8, Perfallstr. 8

Bense, Prof. Dr. Max, 7 Stuttgart, Pischekstr. 63

Bergmann, cand.el. Michael, 75 Karlsruhe, Königsbergerstr. 2 d

Bürmann, cand.el. Günter, 355 Marburg/Lahn, Am Schlag 11

Chow, Sherman, M.S. ITHACA N.Y. (USA), Middovgh PD 119, Cornell University, Cognitive Systems Research Program

Eichhorn, Dr. habil. Gerhard, 7 Stuttgart-Möhringen, Steinbrunnenstr. 7

Frank, Prof. Dr. Helmar, 1 Berlin 33 (Schmargendorf), Weinheimerstr. 2

Großer, cand.el. Siegfried, 729 Freudenstadt, Markt 5

Gunzenhäuser, Dr. Rul., 73 Esslingen, Hirschlandstr. 64

Klugmann, cand.el. Dietrich, 71 Heilbronn, Pfühlstr. 82

Lorenz, cand.el. Lothar, 7591 Sasbachried, Haus 25

Lutz, Dipl.-Math. Theo, 73 Esslingen, Hindenburgstr. 75

Moles, Prof. Dr. Dr. André Abraham, 127 Rue Marcadet, Paris 18

Thiele, Dr. Joachim, 2082 Uetersen, Herderstr.

Veenker, cand. math. Gerd, 74 Tübingen, Schloßbergstr. 12

von Cube, Prof. Dr. Felix, 7 Stuttgart, Im Lerchenrain 20

Wendt, cand.el. Siegfried, 7742 St. Georgen/Schw., Ackerstr. 6

INHALT VON BAND 4 (1963)

Heft 1/2 (August)

Heft 3/4 (Dezember)

Beiheft

Verlag Schnelle
Eberhard und Wolfgang Schnelle GmbH & Co
2085 Quickborn bei Hamburg
Postfach
Postscheckkonto Hmb 1036 76. Global Bank Hamburg 25011
Druck: K. Mayer KG, Stuttgart, Friedrich-Straße 45. Printed in Germany.